

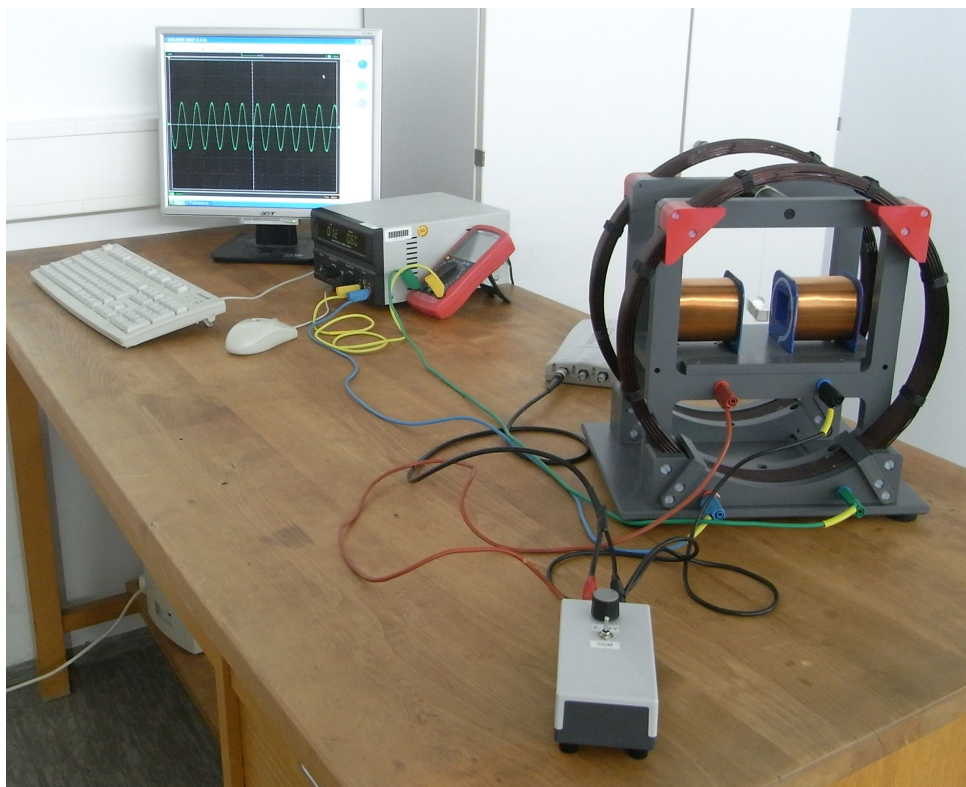
E-03: Magnetisches Pendel

Versuchsanleitung für Nebenfachstudenten

(Version 2 – 1. August 2024)

Magnetismus begegnet uns nicht nur tagtäglich in vielen technologischen Anwendungen wie z. B. magnetischen Speichermedien, sondern auch durch das allgegenwärtige Magnetfeld der Erde, welches seit Jahrhunderten zur Navigation genutzt. Ohne das Erdmagnetfeld, das den Planeten vor hochenergetischer kosmischer Strahlung abschirmt, wäre kein Leben auf der Erde möglich.

In diesem Experiment wird die Horizontalkomponente des Erdmagnetfelds bestimmt. Dazu wird die Drehschwingung eines Permanentmagneten betrachtet, der an einem Faden hängt und um die Richtung des äußeren Magnetfelds pendelt. Die Schwingungsdauer hängt von der Komponente der Feldstärke in Schwingungsebene ab. Durch Variation der Feldstärke kann das magnetische Moment des Permanentmagneten bestimmt werden, das für die Berechnung des Erdmagnetfeldes benötigt wird.



Permanentmagnet im statischen Magnetfeld

Ein magnetisches Moment $\vec{\mu}$ erfährt im äußeren Magnetfeld $\vec{B}$ ein Drehmoment

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}, \quad (1)$$

welches das magnetische Moment parallel zur Richtung des Magnetfeldes auszurichten versucht. Dieses Phänomen kennen wir von der Kompassnadel, die freidrehend gelagert immer nach Nor-

den zeigt, in die Richtung des Erdmagnetfeldes. In diesem Versuch wird ein länglicher Stabmagnet benutzt, der an einem Faden frei drehbar aufgehängt ist. In seiner *Ruhelage* richtet sich der Magnet daher so aus, dass sein magnetisches Moment parallel zum äußeren Magnetfeld ist.

Selbststudium: Wie hängen magnetisches Moment, Magnetisierung und magnetische Flussdichte zusammen?

Der Stabmagnet zeigt im Erdmagnetfeld eine leichte Neigung aus der horizontalen Ebene. Woher kommt das?

Nach einer Auslenkung des Magneten um einen Winkel φ_0 treibt ihn das Drehmoment (1) zurück in Richtung der Ruhelage, und der Magnet beginnt eine Drehschwingung. Aufgrund der Geometrie des Versuchs ist diese Schwingung auf die horizontale Ebene beschränkt, sodass nur die Horizontalkomponente B_h des Magnetfeldes zur Rückstellkraft beiträgt, und wir alles durch die Beträge der Vektoren ausdrücken können,

$$M = \mu \cdot B_h \cdot \sin \varphi. \quad (2)$$

Daraus erhält man mit dem Trägheitsmoment Θ des Magneten die Bewegungsgleichung

$$\Theta \ddot{\varphi} + \mu \cdot B_h \cdot \sin \varphi = 0, \quad (3)$$

die sich analog zu der des mathematischen Pendels mithilfe der *Kleinwinkelnäherung* $\sin \varphi \approx \varphi$ lösen lässt,

$$\varphi(t) = \varphi_0 \sin(\omega t) \quad (4)$$

mit der Kreisfrequenz ω ,

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu \cdot B_h}{\Theta}}. \quad (5)$$

Ist also das magnetische Moment μ und das Trägheitsmoment Θ bekannt, kann aus der gemessenen Schwingungsdauer die Horizontalkomponente des äußeren Magnetfeldes bestimmt werden. Damit die hier angewendete Kleinwinkelnäherung gültig ist, sollte die Auslenkung nicht größer als ca. 25° werden.

Aufbau

Ein Foto des Versuchs ist auf Seite 1 gezeigt, der Aufbau ist schematisch in Abbildung 1 dargestellt. Kernstück des Experiments ist der Permanentmagnet, der aus vier würfelförmigen *Neodymmagneten* ($\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$) mit einer Kantenlänge von 12 mm und einer Dichte von $7,4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ zusammengesetzt ist. Daraus lässt sich das Trägheitsmoment des Magneten leicht berechnen.

Selbststudium: Berechnen Sie das Trägheitsmoment Θ des Magneten nach der Formel für einen Quader mit den Kantenlängen a und c und der Masse m ,

$$\Theta_Q = \frac{m}{12}(a^2 + c^2).$$

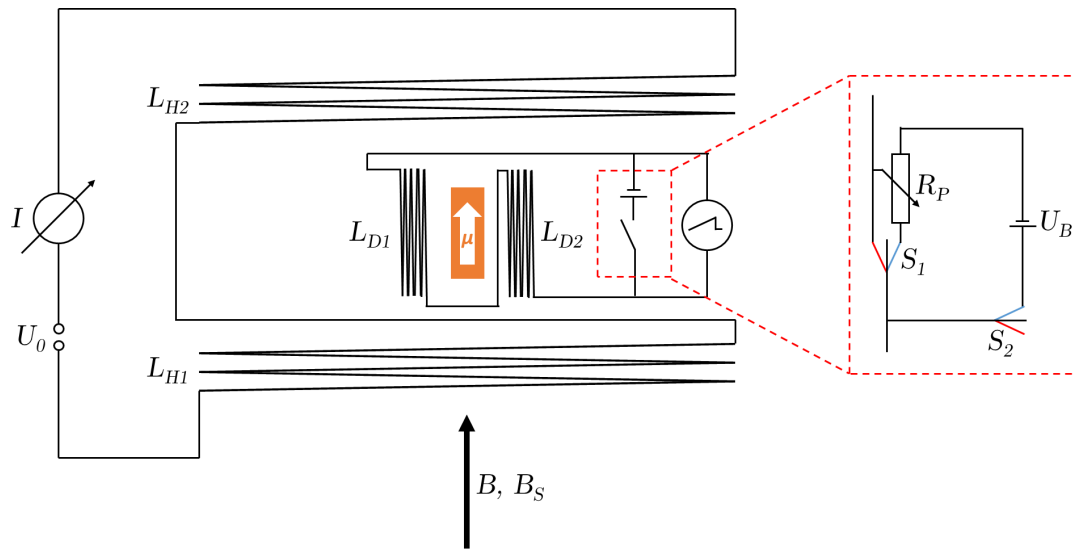


Abbildung 1: Darstellung des Aufbaus mit Magnet (orange) in Ruhelage. L_{H1} und L_{H2} : Helmholtzspulen; L_{D1} und L_{D2} : Messspulenpaar (am Oszilloskop angeschlossen). Rechts: Schaltung zum Auslenken und Stoppen des Magneten. Die Batterie U_B versorgt, schaltbar über S_1 und S_2 , den Spannungsteiler R_P .

Eine direkte Messung oder Berechnung des magnetischen Moments ist hingegen nicht möglich. Man kann sich aber den Ausdruck (5) zu Nutze machen, um bei *bekanntem* äußeren Feld das magnetische Moment aus der Periode der Drehschwingung zu berechnen. Dieses Magnetfeld ist jedoch *a priori* unbekannt, letztendlich soll ja die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes in diesem Experiment erst bestimmt werden. Daher wird mit Hilfe eines sogenannten *Helmholtzspulenpaars* ein zusätzliches, bekanntes Magnetfeld *parallel* zur Richtung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes angelegt.

Selbststudium: Wie hängt das Magnetfeld B_S im Zentrum des Helmholtzspulenpaars von der angelegten Stromstärke I ab? Wie muss das Paar ausgerichtet sein, damit sein Magnetfeld parallel zur Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes steht?

Nach dem Superpositionsprinzip addieren sich das bekannte Magnetfeld B_S der Helmholtzspulen und die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes B_E zum gesamten horizontalen Magnetfeld $B_{\text{ges}} = B_E + B_S$. Dieses Feld ist nun bis auf eine Konstante, dem Wert des Erdmagnetfeldes, bekannt. Daher kann mit einer geeigneten Geradenanpassung aus der Messung der Schwingungsdauer bei verschiedenen angelegten Magnetfeldern zunächst das magnetische Moment und schließlich die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes bestimmt werden.

Zur Messung der Schwingungsdauer wird ein zweites Spulenpaar verwendet, dessen Spulenachse senkrecht zu der des Helmholtzspulenpaars liegt. Der schwingende Magnet bewirkt eine zeitliche Änderung des magnetischen Flusses ϕ durch die Messspulen,

$$\phi = \vec{B}_m \vec{A} = |B_m| |A| \cos \gamma, \quad (6)$$

wobei $\vec{B}_m$ die magnetische Flussdichte des Magneten bezeichnet, $\vec{A}$ die Normale der Querschnittsfläche der Messspulen und γ den Winkel zwischen $\vec{B}_m$ und $\vec{A}$. Gemäß dem Induktionsgesetz $U = -\frac{d\phi}{dt}$ wird folglich in den Messspulen eine Spannung induziert, die die gleiche Periodizität wie die Drehschwingung besitzt und über ein Oszilloskop dargestellt werden kann.

Die beiden Winkel γ und $\varphi(t)$ (vgl. Gleichung (4)) stehen in dieser Versuchsanordnung senkrecht aufeinander. Für die Messung ist dies aber unwichtig, weil wir nur die Periodendauer bestimmen wollen.

Selbststudium: Zeichnen Sie eine vereinfachte Skizze des Versuchsaufbaus (vgl. Abb. 1) und tragen Sie die beiden Winkel darin ein.

Der Ausdruck (6) macht deutlich, dass jegliche Bewegung des Magneten ein Induktionssignal in den Messspulen hervorruft. Ein eventuelles Pendeln des Magneten im Schwerfeld würde daher die Drehschwingung überlagern und ein kompliziertes das Signal auf dem Oszilloskop hervorrufen. Da die Periode der Pendelschwingung auch vollkommen verschieden sein kann von der Drehschwingung, kann dies zu erheblichen Verfälschungen der Messwerte führen. Daher sollte der Magnet vor Beginn der Messung möglichst ruhig hängen.

Um eine saubere Drehschwingung anzuregen, gibt es eine zusätzliche Schaltung im Messkreis, die in dem rechten Ausschnitt in Abb. 1 dargestellt ist. Über ein *Potentiometer* kann damit eine Spannung an die Messspulen angelegt werden, welche ein zum Feld der Helmholtzspulen senkrechttes Feld bewirkt und somit den Magneten aus seiner Ruhelage auslenkt. Es ist empfehlenswert, zunächst das Poti vollständig herunter und dann vorsichtig aufzudrehen, da ein zu großes senkrechttes Feld den Magneten in heftige Schwingung versetzen kann. Über einen Kipp-taster lässt sich dann ein kurzer Spannungsstoß auf die Messspulen legen, der den Magneten in eine ruhige Drehschwingung versetzt. Durch geschickte wiederholte Spannungstöße lässt sich die Amplitude der Drehschwingung kontrolliert erhöhen, um somit ein möglichst großes Signal am Oszilloskop zu erhalten, ohne den Bereich der Kleinwinkelnäherung zu verlassen. Durch langsames Aufdrehen des Potis kann der Magnet bei gehaltenem Taster auch kontrolliert ausgelenkt werden. Eventuell noch vorhandene Pendelschwingungen klingen in der Regel rasch ab, während die Drehschwingung nur eine sehr geringe Dämpfung aufweist. Dieselbe Schaltung kann durch Betätigen des Tasters in der anderen Richtung benutzt werden, um die Drehschwingung durch Kurzschließen der Messspulen zu stoppen. Dabei wird die kinetische Energie der Drehschwingung über die Induktion an die Messspulen abgegeben, durch die folglich ein Strom fließt. Aufgrund des Ohmschen Widerstands der Spulen, wird letztlich die gesamte Energie der Schwingung in Wärme umgesetzt, und der Magnet kommt zur Ruhe.

Messung

Um ein sauberes, gleichförmiges Messsignal zu bekommen, ist es wichtig, den Stabmagneten möglichst genau im Aufbau zu zentrieren, so dass sein Schwerpunkt exakt auf dem Schnittpunkt der Achsen der beiden Spulenpaare liegt. Die Länge des Fadens kann dazu ggf. angepasst werden, sowie die die Lage des Aufhängungspunktes. Um eine Torsionsspannung im Faden zu vermeiden ist darauf zu achten, dass der Faden nicht zu stark verdreht wird. Dies geschieht leicht, wenn der Magnet zu stark ausgelenkt wird oder das Feld des Helmholtzspulenpaars in die falsche Richtung zeigt. Der ganze Aufbau wird möglichst präzise so ausgerichtet, dass die Achse des Helmholtzspulenpaares in Nordrichtung zeigt.

Selbststudium: Warum ist das wichtig? Wie kann die Nordrichtung gefunden werden?

Die Stromstärke auf den Helmholtzspulen wird über ein separates Amperemeter gemessen – Anzeigen am Netzteil sind nicht präzise genug für eine verlässliche Messung. Das Netzteil hat getrennte Regler für Spannung und Stromstärke, die beide als Begrenzer wirken. Da sich der Widerstand der Spulen im Betrieb ändern kann, empfiehlt es sich, den Regler für die Spannung weit aufzudrehen und die Stromstärke zu begrenzen.

Die Amplitude der in den Messspulen induzierten Spannung kann relativ klein sein (≈ 10 -

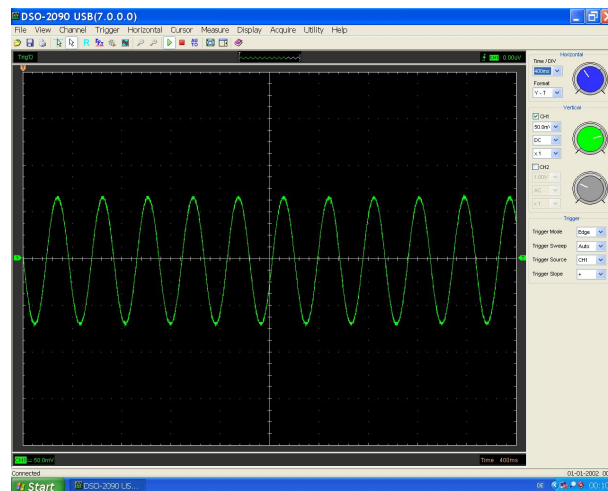


Abbildung 2: Das Oszilloskop ist an den Computer angeschlossen. Das Signal wird von der Software DSO2090 auf dem Monitor dargestellt. Die Software wird von der Desktopoberfläche aus gestartet.

100 mV), was eine geeignete Einstellung des Spannungsbereichs am Oszilloskop erfordert. Dabei entspricht der Wert des Spannungsbereichs einer Rasterweite am Monitor, s. Abbildung 2. Entsprechendes gilt für die Zeitablenkung. Bei Einstellungen von 1 s oder länger wird ein laufendes Bild auf dem Monitor angezeigt, für kürzere Zeiten wird ein stehendes Bild dargestellt, das ständig erneuert wird. Die Lage des Signals auf dem Bildschirm lässt sich durch Cursormarken an den Achsen verschieben. Auch der sogenannte *Triggerpunkt*, der den Wert des Signals markiert, an dem eine neue Messung ausgelöst wird, kann durch einen Marker an der Achse verschoben werden. Die Aufnahme der kontinuierlichen Messung beginnt durch Klicken des grünen *play*-Symbols in der oberen Menüzelle und kann zum Ablesen des Messwerts durch Klicken des roten *stop*-Buttons angehalten werden.

1) Schwingung im veränderlichen Magnetfeld

Zur Bestimmung des magnetischen Moments des Stabmagneten wird die Schwingungsdauer bei Anlegen verschiedener Feldstärken gemessen. Die Auslenkung soll so gewählt werden, dass sie einerseits nicht zu klein ist um eine mit dem Oszilloskop gut messbare Spannungsamplitude zu erhalten, andererseits die Kleinwinkelnäherung ihre Gültigkeit behält.

Durchführung

- Vor Beginn der Messung wird eine möglichst ungestörte Drehschwingung mit nicht zu großem Ausschlag angeregt. Eventuell überlagerte Pendelschwingungen oder eine Auslenkung von mehr als 90° zeigen sich als starke Modulationen auf dem Messsignal und klingen in der Regel rasch von selbst ab.
- Der Messbereich und die Zeitablenkung des Oszilloskops werden so eingestellt, dass das Spannungssignal gut auf dem Monitor abgebildet wird.
- Es wird ein Spulenstrom I zwischen 0 und 5 A eingestellt. Die Einstellungen des Oszilloskops müssen evtl. nochmal angepasst werden.
- Nach stoppen der Messwertaufnahme wird die Schwingungsdauer bestimmt, indem man abzählt, wie viele volle Perioden auf dem Monitor zu sehen sind, und die Dauer, die man dafür auf der Zeitachse ablieft, durch diese Anzahl teilt.

- Die Schwingung wird ggf. wieder in Gang gesetzt und auf dieselbe Weise wie zuvor (bei konstantem Spulenstrom!) erneut die Schwingungsdauer *unabhängig* bestimmt. Diese Messung wird insgesamt fünfmal wiederholt.
- Nun wird ein neuer Wert für den Spulenstrom (0 - 5 A) eingestellt und wie oben beschrieben erneut fünf Werte für die Schwingungsdauer aufgenommen. Dies wird für fünf bis zehn verschiedene Werte des Spulenstroms wiederholt.
- Für alle gemessenen Werte werden Messunsicherheiten protokolliert.

Auswertung

- Für alle Werte des Spulenstroms wird das resultierende Magnetfeld (d.h. die *Flussdichte* B_S) der Helmholtzspulen mit $N = 124$ Windungen und dem Radius $R = 150$ mm berechnet.
- Die zugehörigen Messwerte der Schwingungsdauer bei jeder Feldstärke werden gemittelt und die Standardabweichung des Mittelwerts berechnet.
- Man trägt $1/T^2$ mit zugehörigen Fehlerbalken als Funktion des Magnetfelds B_S graphisch auf und führt eine grafische Geradenanpassung durch.
- Aus den Ergebnissen wird sowohl das magnetische Moment μ des Stabmagneten ermittelt, als auch die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes B_E , jeweils inkl. Unsicherheit.

2) Schwingung im Erdmagnetfeld

Während eine Geradenanpassung in der Regel sehr zuverlässige Ergebnisse für die *Steigung* der Gerade liefert, sind die Ergebnisse für den *Achsenabschnitt* häufig weniger präzise. Daher wird nun die Schwingungsdauer ohne zusätzliches Magnetfeld von den Helmholtzspulen gemessen, um daraus mit Hilfe des im ersten Teil ermittelten magnetischen Moments die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes *unabhängig* zu bestimmen.

Durchführung

- Der Magnet wird in eine saubere Drehschwingung versetzt. Eventuelle Pendelschwingungen ausklingen lassen.
- Genau wie oben wird nun bei abgeschaltetem Spulenstrom die Schwingungsdauer mindestens fünfmal unabhängig bestimmt.
- Messunsicherheiten nicht vergessen.

Auswertung

- Die Messwerte werden gemittelt und die Standardabweichung berechnet.
- Mit dem Ergebnis des Werts für das magnetische Moment μ aus dem ersten Teil wird aus dem Mittelwert der gemessenen Schwingungsdauer die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes B_E und die zugehörige Unsicherheit ermittelt.
- Das Ergebnis soll mit dem aus der Geradenanpassung im ersten Teil ermittelten Wert verglichen werden.

3) Dämpfung

Bisher wurde die Schwingung als ungedämpft betrachtet, was für ein reales System stets nur eine Näherung sein kann. Ob die Dämpfung tatsächlich vernachlässigt werden kann, lässt sich aus der Abnahme der Schwingungsamplitude mit der Zeit bestimmen.

Durchführung

- Wie zuvor wird eine saubere Drehschwingung des Magneten angeregt, Pendelschwingungen ausklingen lassen.
- Die Amplitude der Spannung soll über einen Zeitraum von mindestens 10 Minuten alle 60 Sekunden gemessen werden (inkl. Messungenauigkeiten).

Hinweis: Das digitale Oszilloskop besitzt eine begrenzte zeitliche Kanalbreite, mit der die Schwingung abgerastert wird (Samplingrate). Diese ändert sich mit der Skalierung der Zeitachse des Oszilloskops. Die Software, die die Messwerte darstellt, besitzt ebenfalls eine bestimmte zeitliche Auflösung. In ungünstigen Fällen kommt es zu Interferenzerscheinungen zwischen diesen beiden Zeitskalen, was zu Messwertverzerrungen und Artefakten führt. Man erkennt dies u. a. an Schwebungen im Signal auf dem Monitor sowie an seiner völlig anderen Periodizität als die der Drehschwingung des Magneten.

Auswertung

- Die Amplitude des Signals wird als Funktion der Zeit logarithmisch aufgetragen.
- Mithilfe einer Geradenanpassung soll die Dämpfungskonstante δ bestimmt werden.
- Ist die Vernachlässigung der Dämpfung in den vorherigen Versuchsteilen gerechtfertigt?

Zusammenfassung und Diskussion

Das Versuchsprotokoll soll mit einer Zusammenfassung des Experimentes und einer Bewertung der Messergebnisse abgeschlossen werden. Welche Erkenntnisse hat dieses Experiment geliefert? Stellen Sie einen Bezug zu Ihren Studienfach her.

Nach der Messung bitte den Computer herunterfahren und die Geräte von der Netzspannung trennen.

Versuchsbericht

E-03: Magnetisches Pendel

Datum: _____

Praktikanten: _____

Betreuer: _____

1 Vorbereitung und Notizen

2 Selbststudium

3 Messprotokoll

1) Schwingung im veränderlichen Magnetfeld

1. Messreihe: Spulenstrom $I =$ $\pm$

	t	$\pm$	N	Notizen
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

2. Messreihe: Spulenstrom $I =$ $\pm$

	t	$\pm$	N	Notizen
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

3. Messreihe: Spulenstrom $I =$ $\pm$

	t	$\pm$	N	Notizen
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

4. Messreihe: Spulenstrom $I =$ $\pm$

	t	$\pm$	N	Notizen
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

ACHTUNG: Einheiten nicht vergessen!!

5. Messreihe: Spulenstrom $I =$ $\pm$

	t	$\pm$	N	Notizen
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

6. Messreihe: Spulenstrom $I =$ $\pm$

	t	$\pm$	N	Notizen
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

7. Messreihe: Spulenstrom $I =$ $\pm$

	t	$\pm$	N	Notizen
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

8. Messreihe: Spulenstrom $I =$ $\pm$

	t	$\pm$	N	Notizen
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

9. Messreihe: Spulenstrom $I =$ $\pm$

	t	$\pm$	N	Notizen
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

10. Messreihe: Spulenstrom $I =$ $\pm$

	t	$\pm$	N	Notizen
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

2) Schwingung im Erdmagnetfeld

	t	$\pm$	N	Notizen
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

3) Dämpfung

Unsicherheit:

 $\Delta t =$ $\Delta U =$

t	U	Notitzen

Antestat

Datum: _____

Unterschrift: _____

4 Auswertung

1) Schwingung im veränderlichen Magnetfeld

Formeln: $B =$

$$\Delta B =$$

$$\Delta \frac{1}{\langle T \rangle^2} =$$

I	B	$\pm$	$\langle T \rangle$	$\pm$	$\frac{1}{T^2}$	$\pm$

Grafische Geradenanpassung:

Formeln: $\mu =$ $\Delta\mu =$

$$B_E = \quad \Delta B_E =$$

Steigung: $\pm$

Achsenabschnitt: $\pm$

$$\mu = \quad \pm$$

$$B_E = \quad \pm$$

2) Schwingung im Erdmagnetfeld

$$\langle T \rangle = \quad \pm$$

$$B_E = \quad \pm$$

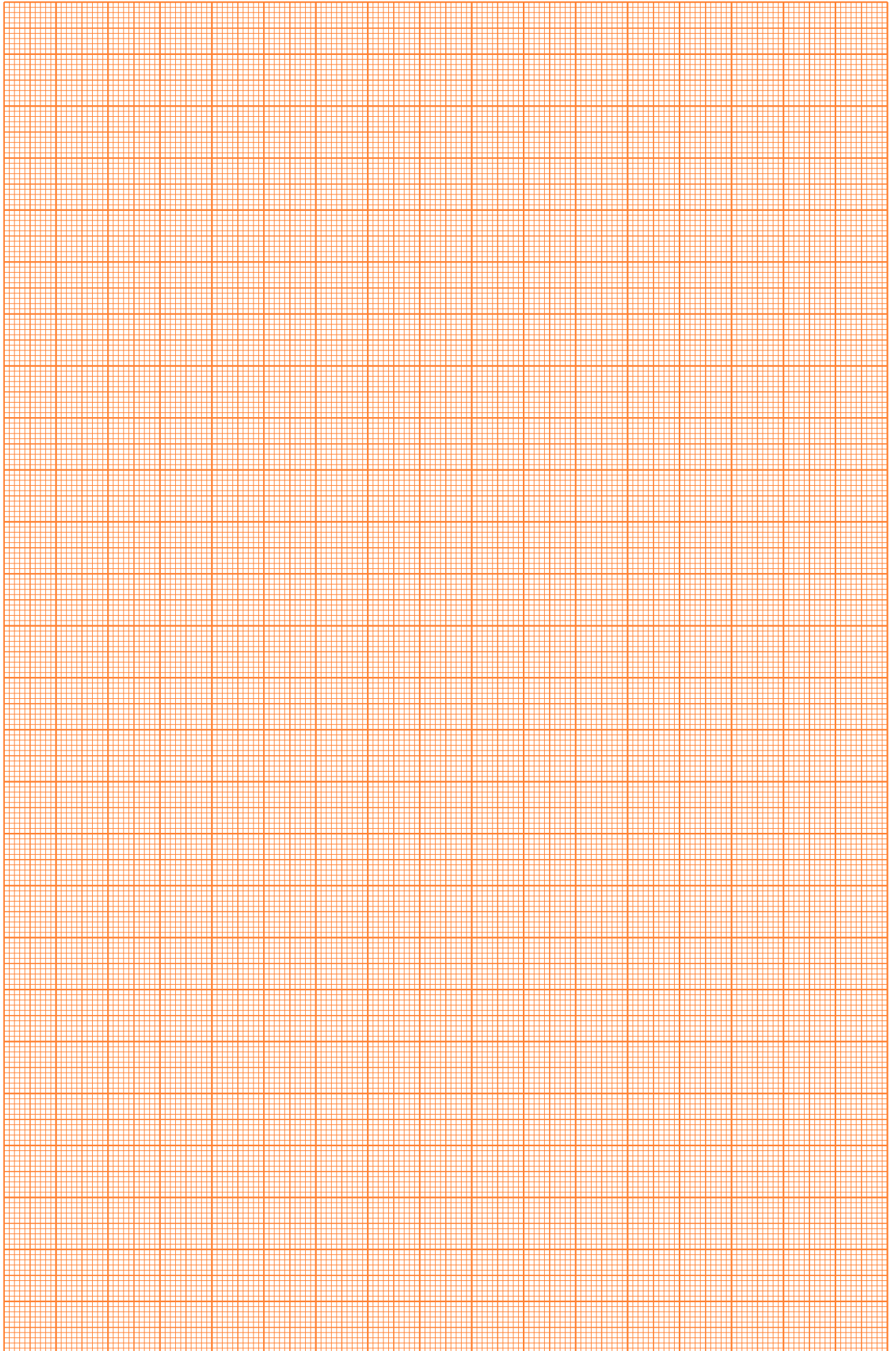
ACHTUNG: Einheiten nicht vergessen!!

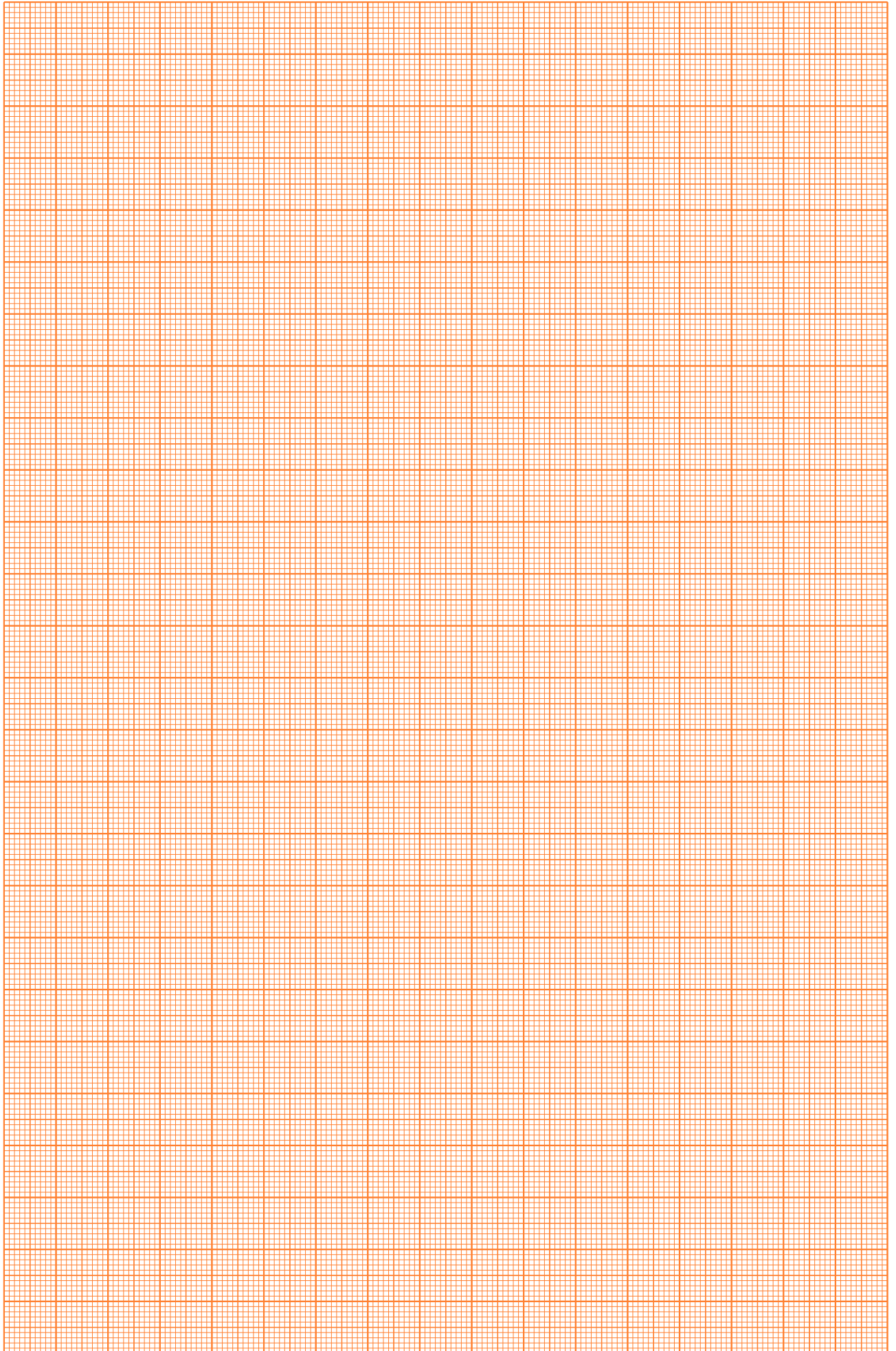
3) Dämpfung

t	$\ln(U)$	$\Delta \ln(U)$

aus Geradenanpassung:

 $\delta =$ $\pm$





5 Diskussion und Zusammenfassung

Endtestat

Datum: _____

Unterschrift: _____