E-20: Verhalten von Stromquellen bei Belastung

Versuchsanleitung für Nebenfachstudenten

(Version 3 – 9. November 2022)

Elektrische Geräte sind aus unserem Leben nicht mehr wegzudenken. Leistungsfähige Anwendungen besitzen einen erheblichen Energiebedarf, der in der Vergangenheit fast ausschließlich durch Elektrizität aus zentralen Kraftwerken gedeckt werden und somit an ein Versorgungsnetz gebunden war. Technologischer Fortschritt ermöglicht inzwischen zunehmend die mobile Nutzung von Smartphones und ähnlichen Geräten. Damit wird auch der Bedarf an leistungsfähigen Speichermedien für elektrische Energie immer größer, deren Entwicklung für viele moderne Anwendungen wie Elektromobilität eine elementare Grundvoraussetzung darstellt.
In diesem Versuch werden die Eigenschaften eines der am weitesten verbreiteten und viel genutzten derartigen Speichers untersucht, des Bleiakkus. Die wesentlichen Erkenntnisse daraus lassen sich aber auf jede Form von Spannungsquellen verallgemeinern.

Der Ohmsche Widerstand

Ein elektrischer Strom besteht aus elektrischen Ladungen, die sich durch einen Leiter bewegen. Sie werden angetrieben durch ein Potenzialgefälle, d. h. eine Spannung, z. B. eine Batterie. Die Stromstärke gibt dabei an, wie viele Ladungsträger sich pro Zeiteinheit durch den Leiter bewegen. Die meisten Materialien leiten elektrischen Strom mehr oder weniger gut. Metalle sind bekannt dafür, besonders gute Leiter zu sein. Dagegen bezeichnen wir einen Stoff, der den Strom nicht gut leitet, als Isolator. Um zu quantifizieren, wie *gut* ein bestimmter Stoff leitet, verwenden wir den Begriff des elektrischen *Widerstands*, der ein Maß dafür ist, wir groß die Stromstärke bei einer bestimmten Spannung wird, bzw. wie groß das Potenzialgefälle sein muss, um eine bestimmte Stromstärke zu erzeugen. Der Zusammenhang zwischen elektrischer Spannung U und Stromstärke I wird durch das *Ohmsche Gesetz* beschrieben,

$$U = R \cdot I \tag{1}$$

mit dem Ohmschen Widerstand R.
Die mikroskopische Ursache für den elektrischen Widerstand sind Streuprozesse der Leitungselektronen, z. B. Stöße mit den Atomen des Kristallgitters. Hierbei verlieren die Ladungsträger Energie an die Gitteratome und der Leiter erwärmt sich. Um den elektrischen Stromfluss aufrecht zu erhalten, muss daher Arbeit verrichtet werden, die durch eine Spannungsquelle zur Verfügung gestellt wird. Für praktische Anwendungen ist üblicherweise nicht die Arbeit W, sondern die elektrische Leistung $P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = U \cdot I$ von Interesse, die wir im folgenden noch näher betrachten werden.

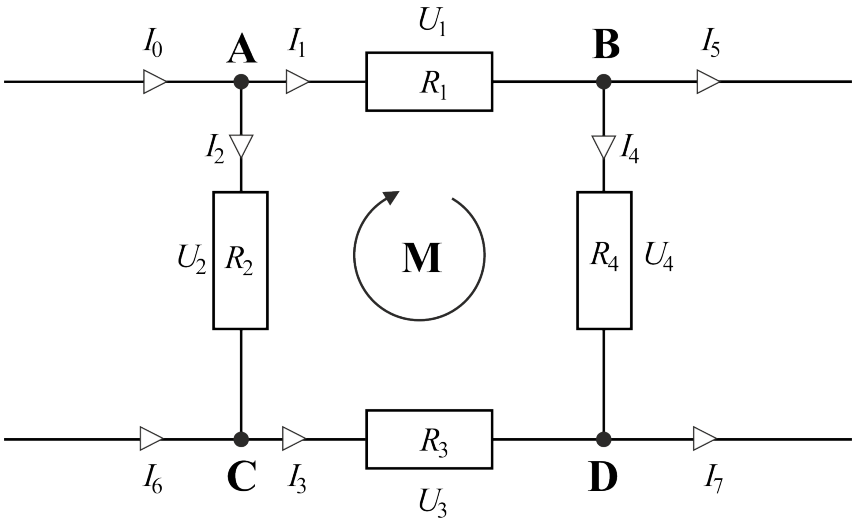

Abbildung 1: Beispiel für eine Masche **M** innerhalb einer Schaltung mit vier Knoten **A** bis **D**.

Die Kirchhoff'schen Gesetze

Um zu verstehen, wie sich Spannungen und Ströme in komplexeren Schaltungen verhalten, genügen häufig zwei einfache Grundregeln, die Kirchhoffschen Gesetze:

Die **Knotenregel** besagt, dass in einem Knoten, d. h. einer Verzweigung innerhalb der Schaltung, von der mehrere Pfade abgehen, die Summe der Ströme aller Pfade verschwinden muss. Es fließen also insgesamt gleichgroße Ströme in den Knoten hinein wie heraus. Offensichtlich kann nicht mehr Strom in einen Knoten hineinfließen, als herauskommt oder umgekehrt, sonst müssten sich ja in dem Knoten Ladungen ansammeln oder aus dem Nichts entstehen. Im Beispiel in Abb. 1 sind vier Knoten an den Punkten **A** bis **D** gezeigt, für die die Knotenregel jeweils besagt:

$$\begin{aligned}
\textbf{A:}\quad & I_0 - I_1 - I_2 &&= 0\\
\textbf{B:}\quad & I_1 - I_4 - I_5 &&= 0\\
\textbf{C:}\quad & I_2 + I_6 - I_3 &&= 0\\
\textbf{D:}\quad & I_3 + I_4 - I_7 &&= 0\,.
\end{aligned}$$

Die **Mascheregel** besagt, dass entlang einer sog. Masche, d. h. einer geschlossenen Schleife innerhalb einer Schaltung, die Summe der aller Spannungen verschwinden muss. Hier ist zu beachten, dass entlang der Masche eine einheitliche Stromrichtung angenommen werden muss, z. B. im Uhrzeigersinn (s. Abb. 1). Der Spannungsabfall über einem Verbraucher trägt dann negativ bei, wenn der Strom durch ihn entgegengesetzt dazu fließt. Spannungsquellen (z. B. eine Batterie) tragen mit dem umgekehrten Vorzeichen wie Spannungsabfälle über Verbrauchern (z. B. einem Widerstand) bei. Für die Masche **M** in Abb. 1 besagt die Maschenregel daher:

$$U_1 - U_2 - U_3 + U_4$$

Drehspulinstrumente

Die physikalischen Größen, die wir in diesem Experiment messen wollen, sind Stromstärke und Spannung. Dafür verwenden wir sog. Drehspulinstrumente, die über einen Zeigerausschlag die zu messende Größe auf einer Skala anzeigen. In Abbildung 2 ist ein Demonstrationsgerät für

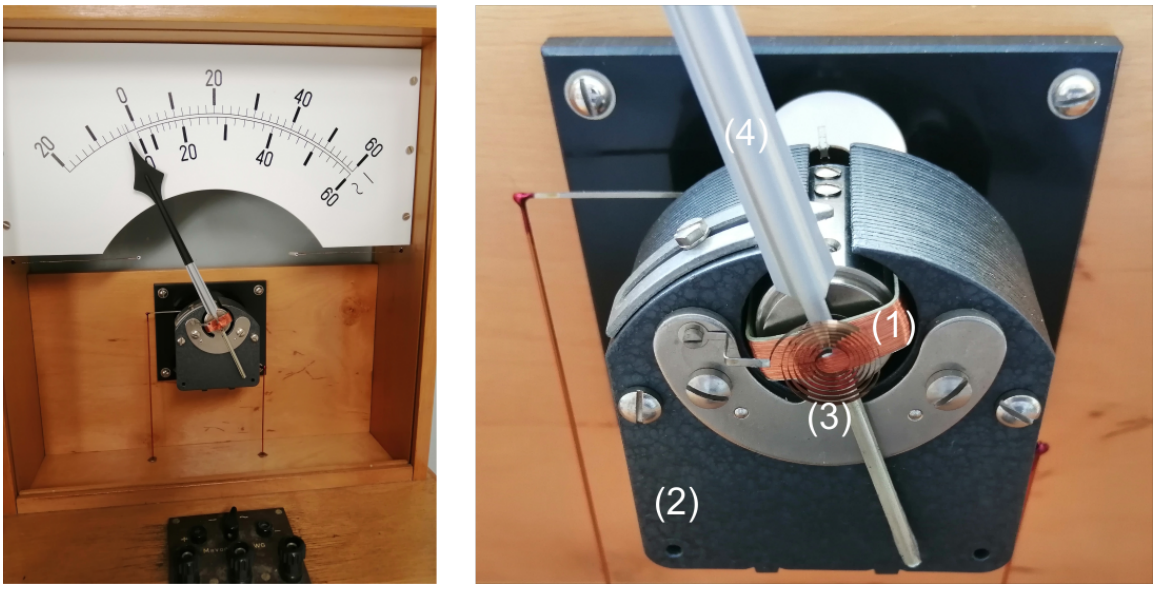

Abbildung 2: Aufbau eines Drehspulinstruments: (1) Messspule, (2) Permanentmagnet, (3) Rückstellfeder, (4) Zeiger.

didaktische Zwecke gezeigt, in dem das Messwerk zu sehen ist. Es besteht aus einer Spule (1), welche um einen Eisenkern gewickelt ist und drehbar im Feld eines Permanentmagneten (2) aufgehängt ist. Fließt ein zu messender Strom durch die Spule, so erzeugt die Lorentzkraft ein Drehmoment, das proportional zur Stromstärke ist und die Messspule so weit auslenkt, bis es von einem entgegengesetzten Drehmoment durch eine Rückstellfeder (3) kompensiert wird. Ein Zeiger (4), der fest mit der Messspule verbunden ist und sich mit ihr dreht, zeigt damit die Stromstärke in der Spule an.

Schaltet man das Drehspulinstrument also *in Reihe* mit einem Verbraucher, dann misst es die Stromstärke, die durch diesen fließt. Man kann es aber auch zur Messung der Spannung verwenden, die über dem Verbraucher abfällt, indem man es *parallel* dazu schaltet. Nach der Maschenregel fällt nämlich dabei über dem Messgerät dieselbe Spannung U ab wie über dem Verbraucher, und diese hängt gemäß dem Ohmschen Gesetzt (1) über den Innenwiderstand R_i des Messgeräts unmittelbar mit dem Strom zusammen. Vielfach wird daher bei Drehspulinstrumenten einfach angegeben, welcher Strom bei Maximalausschlag des Zeigers durch das Messgerät fließt, und wie groß sein Innenwiderstand ist, bzw. welche Spannung bei maximalem Zeigerausschlag abfällt. Damit kann das Gerät sowohl für die Messung der Stromstärke als auch der Spannung verwendet werden.

Eine weitere nützliche Eigenschaft von Drehspulinstrumenten, die sich aus dem Innenwiderstand des Gerätes ergibt, ist die *Messbereichserweiterung*. Verwendet man das Gerät z. B. zur Messung einer Spannung, so gibt der Innenwiderstand R_i den Vollausschlag U_max gemäß dem Ohmschen Gesetz (1) bei einer Stromstärke I_max vor. Möchte man höhere Spannungen messen, so schaltet man dem Messgerät einen geeigneten Vorwiderstand R_vor in Reihe dazu, über dem eine Teilspannung U_vor abfällt. Folglich fällt dann von der zu messenden Spannung U^* nur noch die Teilspannung $U_\mathrm{mess} = U^* - U_\mathrm{vor}$ über dem Messgerät ab. Mit Hilfe der *Maschenregel* kann man sich leicht überlegen, dass ein Vorwiderstand

$$R_\mathrm{vor} = (n-1) \cdot R_\mathrm{i} \tag{2}$$

die Spannungen so aufteilt, dass am Messgerät die Spannung $U_\mathrm{mess} = U^*/n$ abfällt. Vollausschlag

wird daher bei der äußeren Spannung $U^* = n \cdot U_{\text{max}}$ erreicht, d. h. der Messbereich wurde um einen Faktor n erweitert.
Möchte man dagegen das Drehspulinstrument zur Messung einer Stromstärke benutzen, so schaltet man einen Nebenwiderstand R_{p} parallel zum Messgerät. Nun teilt sich der Gesamtstrom I^* auf in den Teilstrom I_{mess} durch das Messgerät und den Teilstrom I_{p} durch den Nebenwiderstand. Ähnlich wie vorhin finden wir leicht mit Hilfe der *Knotenregel*, dass wir mit einem Nebenwiderstand

$$R_{\text{p}} = \frac{1}{n-1} \cdot R_{\text{i}} \tag{3}$$

den Messbereich um einen Faktor n erweitern können, d. h. Vollausschlag bei der Gesamtstromstärke $I^* = n \cdot I_{\text{max}}$.

> *Selbststudium*: Skizzieren Sie die Schaltungen für die Messbereichserweiterung von Strom- bzw. Spannungsmessung (vgl. Abb. 3) und wenden Sie die Kirchhoffschen Regeln an, um die oben angegebenen Ausdrücke (2) und (3) herzuleiten.

Spannungsquellen

Damit ein elektrischer Strom fließen kann, muss es ein Potenzialgefälle geben, das die elektrischen Ladungen dazu bringt, gegen die Ohmschen Widerstände der Leitungen zu laufen. In jeder elektrischen Schaltung, durch die ein Strom fließen soll, muss des daher mindestens eine Spannungsquelle geben. Die ersten von Menschen künstlich geschaffenen Spannungsquellen zur Untersuchung von Elektrizität und ihrer Anwendung waren sog. Galvanische Zellen, deren Funktionsweise in Grunde bereits auf denselben physikalischen Prinzipien beruht wie heutige Batterien. Dabei werden in zwei gekoppelten, aber räumlich von einander getrennt ablaufenden chemischen Reaktionen Ladungsträger – hier Elektronen – ausgetauscht. Die dabei freiwerdende *chemische* Energie kann in Form von *elektrischer* Energie am einem Verbraucher umgesetzt werden. Vielfach lässt sich die chemische Reaktion umkehren, so dass die Batterie wieder aufgeladen und erneut als Spannungsquelle verwendet werden kann. Solche Batterien bezeichnet man als Akkumulatoren, kurz *Akkus*.
Wir verwenden in diesem Versuch Bleiakkus, ähnlich wie sie in Fahrzeugen verwendet werden. Es handelt sich dabei um Galvanische Zellen, in denen beide Elektroden aus metallischem Blei bestehen, von denen im geladenen Zustand eine an der Oberfläche zu PbO_2 oxidiert ist. Die beiden Elektroden befinden sich in verdünnter Schwefelsäure, welche beim Stromfluss den Ladungstransport innerhalb der Zelle in Form von Protonen ermöglicht. Bei der Entladung wird an der Anode, die in dem Fall den *Minuspol* darstellt, metallisches Blei zu $PbSO_4$ oxidiert. Dabei werden Elektronen frei, die über einen *äußeren* Stromkreis zur Kathode, dem *Pluspol* fließen können. Dort wird PbO_2 reduziert und es entsteht ebenfalls $PbSO_4$ sowie Wasser. Beim Ladevorgang werden diese Prozesse umgekehrt.
In gewissem Sinne verhalten sich Spannungsquellen ähnlich wie Ohmsche Widerstände mit dem Unterschied, dass an Ihnen keine Spannung *abfällt*, sondern *anliegt*. Wir können Spannungsquellen ähnlich wie Widerstände in Reihe schalten, wobei sich ihre Spannungen aufsummieren, oder parallel, wobei über ihnen dann dieselbe Spannung anliegen muss, wie wir anhand der Maschenregel (s. o.) leicht nachvollziehen können.
Wie wir oben am Beispiel der Drehspulinstrumente gesehen haben, können verborgene Innenwiderstände in elektrischen Schaltungen eine entscheidende Rolle spielen, da an ihnen stets eine Spannung abfällt, sobald ein Strom fließt. Dies kann weitreichende Folgen haben, da letztlich selbst die Kabel und Zuleitungen zwischen den einzelnen Bauteilen einer Schaltung einen geringen Widerstand besitzen. In den meisten Fällen sind diese so klein, dass wir sie in aller Regel

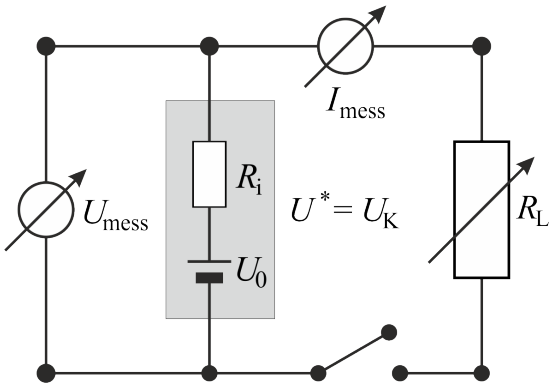

Abbildung 3: Links – Skizze des Schaltplans; die *reale* Spannungsquelle (grau hinterlegt) ist als Kombination aus *idealisierter* Spannungsquelle mit U_0 und dem Innenwiderstand R_i dargestellt. *Rechts* – Foto der Bauteile des Versuchs.

vernachlässigen können. Wie wir aber im Laufe dieses Versuchs sehen werden, haben die Innenwiderstände bei Spannungsquellen einen wesentlichen Einfluss auf deren Verhalten bei Belastung. Um dies zu verstehen, veranschaulichen wir uns eine Spannungsquelle zunächst einmal als ein zusammengesetztes Objekt aus einer *idealisierten* Spannungsquelle ohne Ohmschen Widerstand und einem separaten Innenwiderstand R_i, welcher in Reihe geschaltet ist, s. Abb. 3. Zwischen den beiden Kontakten der idealisierten Spannungsquelle möge die sog. *Quellspannung* U_0 anliegen. Sobald diese Spannungsquelle in eine Schaltung eingebaut wird und ein Strom I fließt, fällt über dem Innenwiderstand R_i gemäß dem Ohmschen Gesetz (1) eine innere Spannung

$$U_i = R_i \cdot I \tag{4}$$

ab. Folglich liegt über den Kontakten der *realen* Spannungsquelle stets eine um diese innere Spannung geringere sog. *Klemmenspannung*

$$U_K = U_0 - U_i = U_0 - R_i \cdot I\,, \tag{5}$$

die offensichtlich abhängig ist von der Stromstärke I an der Spannungsquelle. Im Experiment können wir daher mit der in Abb. 3 gezeigten Schaltung auch niemals die Quellspannung U_0 direkt messen, sondern immer nur die Klemmenspannung U_K.
Aus demselben Grund fällt auch über einem Lastwiderstand R_L stets die Klemmenspannung $U_K = R_L \cdot I$ ab, die geringer ist als die theoretisch maximal von der *unbelasteten* Spannungsquelle zur Verfügung gestellte Quellspannung U_0. An dieser Stelle kommen wir auf die elektrische Leistung zurück, die weiter oben bereits eingeführt worden ist. Gemäß dem Ohmschen Gesetz (1) nimmt bei fester Spannung U die Stromstärke auf der Schaltung in dem Maße ab, wie der Lastwiederstand R_L zunimmt. Für eine sehr große Last wird damit auch die Leistung $P = U \cdot I$ klein. Andererseits fällt bei geringer Last und entsprechend großer Stromstärke eine umso höhere innere Spannung am Innenwiderstand der Spannungsquelle ab, so dass die über der Last abfallende Klemmenspannung sehr gering werden kann. Die Leistung wird also auch hier klein. Offensichtlich muss es eine mittlere Last R_L^* geben, für die die Leistung maximal wird. In einer Schaltung möchte man daher die gesamte Last so wählen, dass die Spannungsquelle die maximal mögliche Leistung abgibt. Dies nennt man Leistungsanpassung, und man kann leicht nachrechnen, dass dazu der gesamte Lastwiderstand über der Spannungsquelle denselben Wert haben muss wie der Innenwiderstand, $R_L^* = R_i$.
Da die über dem Innenwiderstand abfallende Spannung U_i nicht größer werden kann als die Quellspannung U_0, ist die Stromstärke, die die Spannungsquelle liefern kann, begrenzt und aus

dem Ausdruck (4) finden wir $I_s = U_0/R_i$. Dieser Wert wird *Kurzschlussstrom* genannt, weil er nur theoretisch erreicht werden kann, wenn der Lastwiderstand $R_L = 0$ ist, die Spannungsquelle also *kurzgeschlossen* ist. Wie wir anhand von Ausdruck (5) sehen, verschwindet in diesem Falle auch die Klemmenspannung.

Versuchsdurchführung und Auswertung

Im Mittelpunkt dieses Versuchs steht die Spannungsquelle, für die wir drei identische Bleiakkus verwenden, die wahlweise einzeln, in Reihe oder parallel geschaltet werden können. Als Verbraucher in der Schaltung dient ein veränderlicher Lastwiderstand, mit dessen Hilfe Stromstärke und Spannung variiert werden können. Zur Messung von Strom und Spannung stehen zwei Drehspulinstrumente sowie zugehörige Messbereichserweiterungen zur Verfügung, s. Abb. 3.

> *Selbststudium*: Eine einzelne Bleiakkuzelle hat eine Quellspannung um 2 V. Welche Quellspannung erhält man, wenn drei identische Zellen in *Reihe* bzw. *parallel* geschaltet werden?

Messung

1. Die Schaltung wird zunächst mit einer einzelnen Bleiakkuzelle als Spannungsquelle aufgebaute, vgl. die Schaltskizze in Abb. 3.
2. Der Lastwiderstand wird auf den höchsten Wert eingestellt, so dass der Strom minimal wird. Für die Messung von Strom und Spannung wählt man einen möglichst *kleinsten* Messbereich aus, so dass der Ausschlag auf den Messgeräten möglichst groß ist, ohne über die Skala hinauszugehen. Die Messwerte von Strom und Spannung werden mit Messunsicherheit protokolliert, ebenso wie der gewählte Messbereich.
3. Man erhöht die Stromstärke in möglichst kleinen Schritten (je nach gewähltem Messbereich ca. 1 - 2 mA), indem der Lastwiderstand verringert wird, und nimmt auf diese Weise Wertepaare von Strom und Spannung jeweils mit Messunsicherheit auf. Dabei müssen die Messbereiche gelegentlich angepasst werden, so dass die Messwerte möglichst im oberen Drittel der Skala des Messgeräts liegen. Die gewählte Messbereichserweiterung wird im Messprotokoll vermerkt.
4. Die Messreihe wird mit drei Akkuzellen in *Parallelschaltung* wiederholt.
5. Schließlich wird die Messung mit drei Akkuzellen in *Reihenschaltung* durchgeführt.

Auswertung

1. Für die drei verschiedenen Messreihen werden die Messwerte der Spannung in Abhängigkeit der Stromstärke in *separaten* Diagrammen grafisch dargestellt.
2. Mittels grafischer Geradenanpassung werden aus den Daten die Quellspannung U_0 und der Innenwiderstand R_i der jeweiligen Spannungsquellen mit Unsicherheit ermittelt.

   > *Selbststudium*: Gelegentlich beobachtet man kleine Sprünge oder Unregelmäßigkeiten im Kurvenverlauf an Stellen, wo bei der Messung die Messbereichserweiterung gewechselt wurde. Was könnte die Ursache dafür sein? Wie kann man dies bereits bei der Messung berücksichtigen, und wie müsste man damit in der Auswertung umgehen?

3. Für alle drei Messreihen berechnet man den Lastwiderstand R_L und die umgesetzte Leistung P. Die Leistung wird als Funktion des Widerstands grafisch aufgetragen. Aus den

Diagrammen ermittelt man unabhängig den Wert des Innenwiderstands und vergleicht mit dem Ergebnis der Geradenanpassung.

Diskussion und Zusammenfassung

Der Versuchsbericht soll mit der Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse sowie einem Fazit abgeschlossen werden. Vergleichen Sie die Ergebnisse der verschiedenen Auswertungsmethoden und gehen Sie insbesondere auf Abweichungen ein. Welche Erkenntnisse hat dieses Experiment geliefert? Stellen Sie einen Bezug her zu Ihrem Studienfach.

Versuchsbericht
E-20: Verhalten von Stromquellen bei Belastung

(Version 1 – 9. November 2022)

Datum: _____ Praktikanten: _____

Betreuer: _____ _____

1 Notizen und Vorbemerkungen

2 Selbststudium

3 Messprotokoll

Einzelne Akkuzelle

Strom in [mA]	Unsicherheit	Messbereich	Spannung in [V]	Unsicherheit	Messbereich

Drei Akkuzellen parallel

Strom in [mA]	Unsicherheit	Messbereich	Spannung in [V]	Unsicherheit	Messbereich

Drei Akkuzellen in Reihe

Strom in [mA]	Unsicherheit	Messbereich	Spannung in [V]	Unsicherheit	Messbereich

Antestat

Datum: _____ Unterschrift: _____

4 Auswertung

Für die grafische Auftragung der Daten können die folgenden Seiten mit Millimeterpapier benutzt werden.

Bestimmung der Quellspannung und des Innenwiderstandes

Es können auch mehrere Werte angegeben werden, falls die Daten sich nicht durch eine einzige Gerade beschreiben lassen.

Einzelne Zelle:

$U_0 =$ $\pm$

$R_\mathrm{i} =$ $\pm$

Drei Zellen parallel:

$U_0 =$ $\pm$

$R_\mathrm{i} =$ $\pm$

Drei Zellen in Reihe:

$U_0 =$ $\pm$

$R_\mathrm{i} =$ $\pm$

Achtung: Einheiten nicht vergessen!

Leistungscharakteristik

Formeln: $R =$ $\Delta R =$
$P =$ $\Delta P =$

Einzelne Akkuzelle

R	$\pm$	P	$\pm$

Drei Akkuzellen parallel

R	$\pm$	P	$\pm$

Drei Akkuzellen in Reihe

R	$\pm$	P	$\pm$

5 Diskussion und Zusammenfassung

Endtestat

Datum: _____ Unterschrift: _____