

# Optiklabor

## Versuchsbeschreibung für Nebenfachstudenten

(Version 2 – 19. März 2013)

Im Optiklabor können zahlreiche unterschiedliche Experimente mit Hilfe eines Optikbaukastens realisiert werden, der sowohl die optischen Komponenten wie Linsen und Spiegel, als auch die dafür abgestimmten mechanischen Bauteile wie Halter und Fassungen enthält. Die verfügbaren Komponenten erlauben den Aufbau einfacher Anordnungen zur Untersuchung von Brechung und Strahlenoptik, bis hin zu aufwändigen Experimenten zu Beugung und Interferenz, und decken somit das gesamte Spektrum der optischen Phänomene ab. Die Konstruktion der Experimente ist dabei wegen der einfachen Handhabung der mechanischen Komponenten nachvollziehbar und transparent, so dass der Strahlengang und die Funktionsweise der Anordnung deutlich wird. An einfachen Beispielen sollen somit die physikalischen Gesetze hinter den optischen Erscheinungen veranschaulicht und verständlich gemacht werden, und die grundlegenden Prinzipien der experimentellen Optik vorgestellt werden.

### Geometrische Optik

Die geometrische oder *Strahlenoptik* zeichnet sich dadurch aus, dass sämtliche Erscheinungen vollständig durch die Annahmen beschrieben werden können, dass sich innerhalb eines *homogenen*<sup>1</sup> Mediums Lichtstrahlen stets geradlinig ausbreiten, und an der Grenzfläche zwischen zwei verschiedenen Medien *Brechung* auftritt, die dem Brechungsgesetz von Snellius gehorcht. Dieses besagt, dass die Winkel, die ein Lichtstrahl mit dem Lot auf die Grenzfläche auf beiden Seiten bildet, durch das Verhältnis der Brechungsindizes der beiden Medien gegeben sind, wie in Abbildung 1 dargestellt:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta.$$

Hier bezeichnen  $n_1$  und  $n_2$  die Brechungsindizes der beiden Medien, und  $\alpha$  und  $\beta$  den Einfallswinkel bzw. Brechungswinkel.

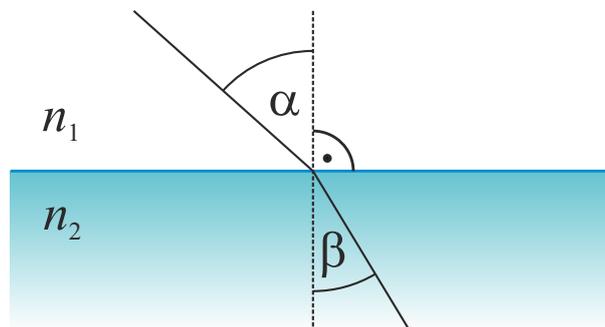


Abbildung 1: Brechung eines Lichtstrahls an der Grenzfläche zwischen zwei Medien mit unterschiedlichen Brechungsindizes  $n_1$  und  $n_2$ .

<sup>1</sup>Als *homogen* sind in diesem Zusammenhang Medien mit *räumlich* konstantem, nicht notwendig *isotropem* Brechungsindex zu verstehen. Die geometrische Optik kann auch auf Medien mit kontinuierlich veränderlichem Brechungsindex angewendet werden (z. B. Gasvolumina mit Druckgradienten oder Lösungen mit Konzentrationsgefälle), wobei der Brechungsindex hier einer infinitesimalen Schichtdicke zugeordnet wird und kontinuierliche Brechung statt findet.

Im Rahmen der geometrischen Optik lassen sich alle Eigenschaften des Lichts und seiner Ausbreitung verstehen, die nicht explizit durch den Wellencharakter beeinflusst werden. Dazu gehören neben den verschiedenen Erscheinungen von Brechung, wie z.B. Dispersion oder Doppelbrechung (die allerdings von der *Wellenlänge* und *Polarisation* des Lichts und damit indirekt auch von dessen Wellennatur abhängen können), insbesondere auch die Abbildungsgesetze von Linsen und gewölbten Spiegeln. Im Gegensatz dazu lassen sich die Beugungs- und Interferenzerscheinungen des Lichts, die unmittelbar aus den Welleneigenschaften folgen, nicht mit der geometrischen Optik erklären.

Die geometrische Optik ist eine beschreibende oder *phänomenologische* Theorie, deren Grundannahmen, aus denen alle abgeleiteten Gesetze folgen, auf experimentellen Beobachtungen beruhen. Sie gibt keine mikroskopische Erklärung für die Beobachtungen, sondern ermöglicht nur im Rahmen ihrer Gesetze Vorhersagen zu machen - z.B. über den Grenzwinkel für Totalreflexion an einem Prisma mit bekanntem Brechungsindex, oder die Lage und Größe des Bildes, das eine Linse bekannter Brennweite von einem Gegenstand entwirft. Dafür werden in der geometrischen Optik phänomenologische Parameter benutzt, die die Brechung des Lichts beschreiben, die sogenannten *Brechungsindizes*. Sie sind spezifisch für jedes Material, und hängen im allgemeinen von der Wellenlänge und Polarisation des Lichts ab.

In der Elektrodynamik wird der Brechungsindex eines Materials mit seiner optischen Leitfähigkeit in Zusammenhang gebracht, und somit auch eine mikroskopische Beschreibung der optischen Eigenschaften gegeben, die jedoch in der Regel äußerst komplex ist und für die Behandlung strahlenoptischer Probleme daher nicht immer nützlich. Diese lassen sich nämlich allein mit der Kenntnis des Brechungsindex und der Anwendung der Gesetze der geometrischen Optik lösen.

## Das Brechungsgesetz von Snellius

Aus experimenteller Beobachtung wissen wir, dass das Licht an der Grenzfläche zwischen zwei Medien mit unterschiedlichen Brechungsindizes seine Ausbreitungsrichtung ändert, s. Abbildung 1. Als Grund dafür wurde lange vor dem Verständnis der mikroskopischen Ursachen der Brechung die Änderung der Lichtgeschwindigkeit  $c$  beim Übergang von einem Medium in ein anderes erkannt, die sich durch den Brechungsindex  $n$  ausdrücken lässt:

$$c = \frac{c_0}{n},$$

wobei  $c_0$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist (dem so gesehen der Brechungsindex  $n_0 = 1$  zugeordnet wird). Da sich nichts schneller als mit  $c_0$  ausbreiten kann, gilt für den Brechungsindex eines beliebigen Materials  $n \geq 1$ .

Dass die Änderung der Lichtgeschwindigkeit tatsächlich zu einer Änderung in der Ausbreitungsrichtung führt, lässt sich anhand von Abbildung 2 ablesen. Hier wird eine breite Wellenfront gezeigt (dass es sich dabei um Wellen handelt ist unerheblich, man kann es auch als eine Schar von parallelen Lichtstrahlen auffassen), die sich im Medium 1 mit der Geschwindigkeit  $c_1 = \frac{c_0}{n_1}$  ausbreitet, bis sie im Punkt A auf die Grenzfläche zu Medium 2 trifft. Der linke Grenzstrahl der Wellenfront (rot) tritt hier bereits in das Medium 2 ein, und breitet sich von nun an mit der Geschwindigkeit  $c_2 = \frac{c_0}{n_2}$  aus, die beispielsweise kleiner als  $c_1$  sein möge (den umgekehrten Fall erhält man, indem man die Lichtstrahlen von Medium 2 aus in Medium 1 eintreten lässt, also die Richtung des Lichtes umkehrt), während der rechte Grenzstrahl (grün) sich immer noch in Medium 1 mit  $c_1$  ausbreitet. In der Zeit  $\tau$ , die dieser benötigt, um vom Punkt B (der dem Zeitpunkt des Auftreffens der Front auf die Grenzfläche in A entspricht) zur Grenzfläche der beiden Medien im Punkt D zu gelangen, legt der linke Grenzstrahl im Medium 2 die *kürzere* Strecke  $\overline{AC}$  zurück. Damit im Medium 2 nun wieder eine geschlossene Wellenfront senkrecht zur

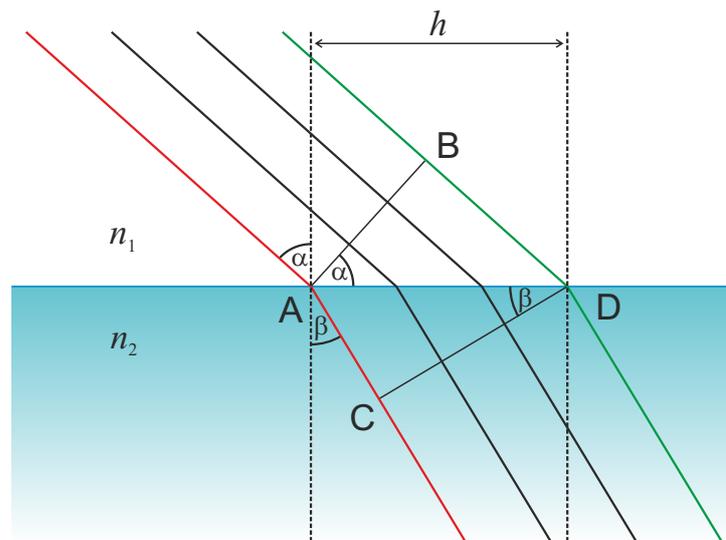


Abbildung 2: Brechung eines Lichtstrahls an der Grenzfläche zwischen zwei Medien mit unterschiedlichen Brechungsindizes  $n_1$  und  $n_2$ .

Ausbreitungsrichtung entstehen kann<sup>2</sup>, muss sich die Ausbreitungsrichtung ändern, und es gilt:

$$\begin{aligned} c_1 \tau &= \overline{BD} = h \sin \alpha \\ c_2 \tau &= \overline{AC} = h \sin \beta \\ \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} &= \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} \end{aligned}$$

### Abbildung an einer *dünnen* Linse

Vorbereitung: Wann kann man eine Linse als „dünn“ bezeichnen, so dass die hier vorgestellte Abbildungskonstruktion gültig ist?

Eine Linse besteht aus einem transparenten, brechenden (d. h.  $n > 1$ ) Material, das wenigstens eine gewölbte Oberfläche besitzt. Anders als bei einem Prisma oder einer Planplatte, die ebenfalls Brechung aufweisen, aber deren Oberflächen nicht gewölbt, sondern flach sind, besitzt eine Linse die Eigenschaft, parallel einfallendes Licht nicht nur abzulenken, sondern auch in einen sog. *Brennpunkt* zu bündeln bzw. daraus zu zerstreuen. Diese Eigenschaft der Linse hat zur Folge, dass sie in der Lage ist, Gegenstände vergrößert oder verkleinert abzubilden.

Diese Abbildung, die durch die Brechung des Lichtes an *zwei* Oberflächen entsteht, folgt dem Brechungsgesetz, und kann exakt konstruiert werden, wenn die Brechungsindizes der Linse und des umgebenden Mediums bekannt sind. Für die Konstruktion muss das Brechungsgesetz zweimal hintereinander angewendet werden, wobei die Wölbung der brechenden Kanten die Konstruktion zusätzlich erschwert. Daher nutzt man die Eigenschaft der Linse aus, parallel einfallendes Licht in einen Brennpunkt zu bündeln, und vereinfacht die Konstruktion somit erheblich.

Bei sog. *dünnen* Linsen lässt sich die Konstruktion der Abbildung besonders einfach gestalten, indem man die Ausdehnung der Linse vollständig vernachlässigt und nur noch durch eine sog. *Hauptebene* repräsentiert. Man betrachtet nun drei Hauptstrahlen, die von der Spitze des Gegenstandes, d. h. dem am weitesten von der optischen Achse entfernten Punkt ausgehen, wie in

<sup>2</sup>Die Entstehung einer ebenen Wellenfront senkrecht zur Ausbreitungsrichtung folgt aus dem Huygens'schen Prinzip und ist insofern eine Konsequenz der Wellennatur.

Abbildung 3 am Beispiel einer Sammellinse gezeigt. Strahl ① fällt senkrecht zur Hauptebene und parallel zur optischen Achse ein und wird daher als *Parallelstrahl* bezeichnet. Da die Sammellinse parallel einfallende Strahlen in den Brennpunkt bündelt, tritt dieser Strahl also unter einem Winkel aus der Linse aus, so dass er durch den Brennpunkt der gegenüberliegenden Seite verläuft. In der Konstruktion ändert der Strahl an der Hauptebene seine Richtung.

Strahl ②, der durch den Mittelpunkt der Linse verläuft, ändert seine Richtung bzgl. der optischen Achse nicht, sondern würde bei endlicher Dicke der Linse nur parallel versetzt wie bei einer planparallelen Platte. Da die Dicke der Linse hier vernachlässigt wird, geht dieser Strahl also geradlinig durch den Mittelpunkt der Linse und wird entsprechend *Mittelpunktsstrahl* genannt.

Strahl ③ heißt *Brennpunktstrahl*, da er die Linse so trifft, als käme das Licht aus dem vorderen Brennpunkt, und ist verwandt mit dem Parallelstrahl. Wegen der Umkehrbarkeit des Lichtweges<sup>3</sup> tritt der Brennpunktstrahl nach der Brechung parallel zur optischen Achse aus der Linse aus. Wie der Parallelstrahl knickt auch er in der Konstruktion an der Hauptebene ab.

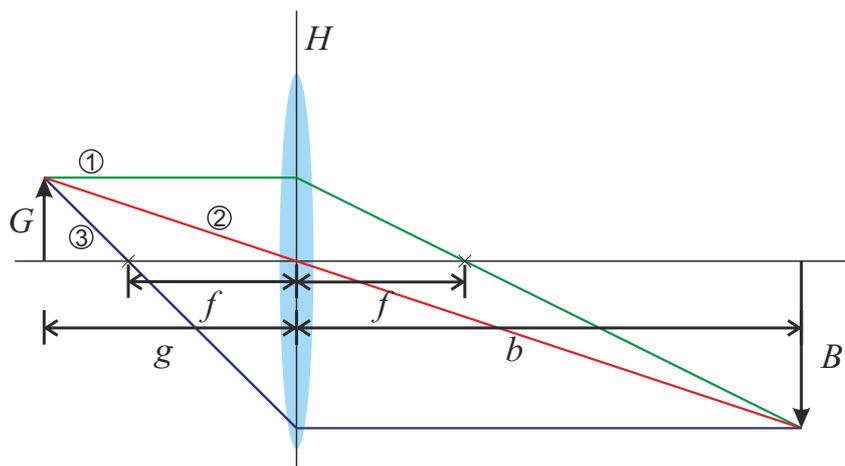


Abbildung 3: Konstruktion der Abbildung eines Gegenstands  $G$  im Abstand  $g$  von der Hauptebene  $H$  einer *dünnen* Linse mit Brennweite  $f$ .

Aus elementaren Betrachtungen folgt, dass diese drei Hauptstrahlen sich in einem Punkt treffen, welcher der zugehörige Bildpunkt zu dem Gegenstandspunkt ist, von dem sie ausgehen. Diese Konstruktion lässt sich nun für jeden weiteren Gegenstandspunkt wiederholen, was sich aber erübrigt, da wir die Gestalt des Bildes ja bereits kennen, und von der Spitze aus sofort das gesamte Bild konstruieren können. Damit wurde der komplizierte Strahlenverlauf durch zwei brechende Kanten auf nur drei Strahlen mit einer einzigen Hauptebene zurückgeführt. Im Beispiel aus Abbildung 3 entsteht ein vergrößertes *reelles* Bild des Gegenstandes auf der gegenüber liegenden Seite der Linse, welches auf dem Kopf steht und bei endlicher lateraler Ausdehnung seitenverkehrt wäre.

*Vorbereitung:* Wie lässt sich aus den Strahlensätzen die sog. *Linsenformel* ableiten, die die gesamte Abbildung an der dünnen Linse beschreibt?

Wie ändert sich die obige Konstruktion und die Linsenformel für Streulinsen?

Was unterscheidet das dabei entstehende *virtuelle* Bild von einem *reellen* Bild?

Der *Abbildungsmaßstab*  $V$  ist das Verhältnis der Größe des Bildes zur Größe des abgebildeten

<sup>3</sup>Für die Linse ist es offensichtlich irrelevant, ob sich das Licht von links nach rechts ausbreitet oder umgekehrt, da im Brechungsgesetz, das der gesamten Optik der Linse zugrunde liegt, die Ausbreitungsrichtung des Lichtes nicht eingeht, d. h. es ist uneingeschränkt gültig für Lichtstrahlen beider Ausbreitungsrichtungen.

Gegenstandes und hängt nicht allein von der Beschaffenheit der Linse, sondern auch vom Abstand des Gegenstandes zur Linse ab, wie man ebenfalls rein geometrisch aus Abbildung 3 ableiten kann,

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad .$$

Vorbereitung: Wo in Bezug auf die Brennweite der Linse muss der Gegenstand sich befinden, damit ein *relles vergrößertes* Bild entsteht? Wie groß kann das Bild höchstens werden? Wo befindet sich dieses Bild?

Bei einer dünnen Linse ist der Abstand  $D$  zwischen Gegenstand und Bild gleich der Summe aus Gegenstandsweite  $g$  und Bildweite  $b$ . Mit dem Abbildungsmaßstab  $V$  hat man eine zweite Größe, die nur von  $g$  und  $b$  abhängt, so dass man diese beiden experimentell schwer zugänglichen Abstände durch die beiden anderen, recht gut messbaren Größen substituieren, und nach Einsetzen in die Linsenformel daraus die Brennweite berechnen kann,

$$f = \frac{DV}{(V+1)^2} \quad .$$

Vorbereitung: An welcher Stelle in der Herleitung dieses Ausdrucks geht die Näherung *dünnere* Linsen ein, und wie lässt sich der dabei gemachte Fehler abschätzen?

Eine weitere Methode zur Bestimmung der Brennweite einer Linse, welche auch für dicke Linsen und Linsensysteme gültig ist, wurde von Ernst Abbe (1840 - 1905) vorgeschlagen. Auch hier geht es wieder darum, die experimentell unbequemen Größen Gegenstands- und Bildweite durch gut definierte und leicht messbare Größen zu ersetzen. Bei der Methode von Abbe wird neben dem Abbildungsmaßstab die *Veränderung* der Bildweite  $\Delta b$  bei Verschieben des Gegenstandes benutzt. Diese Änderung der Lage des Bildes ist viel einfacher und präziser zu messen als der Abstand des Bildes zur *Hauptebene* der Linse selbst, und führt bei festgehaltener Position der Linse zu einer Änderung im Abbildungsmaßstab  $\Delta V$ . Unter Verwendung des Linsengesetzes findet man für die Brennweite der Linse

$$f = \frac{\Delta b}{\Delta V} \quad .$$

Vorbereitung: Wie kann man diesen Ausdruck aus dem Linsengesetz herleiten?

Neben der endlichen Ausdehnung gibt es noch einige subtilere Aspekte der Abbildung einer realen Linse. So hat die Kugelform der Oberflächen herkömmlicher Linsen zur Folge, dass die oben beschriebene Konstruktion nur näherungsweise für *achsennahe* Lichtstrahlen gültig ist. Eine optische Anordnung, die diese Einschränkung nicht berücksichtigt, kann erhebliche Abbildungsfehler aufweisen, die sog. sphärische Aberration. Eine weitere Ursache für Abbildungsfehler liegt in der *Dispersion* des Glases, also der Änderung des Brechungsindex mit der Wellenlänge des Lichtes, was zur sog. chromatischen Aberration führt.

Vorbereitung: Wie machen sich *chromatische* und *sphärische* Aberration in der Abbildung bemerkbar, und wie können diese korrigiert werden? Welche weiteren Abbildungsfehler können bei Linsen auftreten?

## Experiment 1 - Das Mikroskop

Um das Jahr 1600 - wahrscheinlich noch vor den ersten Fernrohren - wurden optische Geräte zur vergrößerten Betrachtung kleiner Objekte entwickelt, die aus der Kombination von mindestens zwei Linsen bestanden. Das Mikroskop hat dem Menschen den Blick in den Mikrokosmos eröffnet und seit seiner Erfindung bis heute entscheidend zum wissenschaftlichen Fortschritt beigetragen. Inzwischen gehört es zu den wichtigsten Laborgeräten überhaupt. Hochentwickelte Lichtmikroskope sind in ihrem Auflösungsvermögen nur noch durch die Wellenlänge des Lichtes begrenzt. Sie können Objekte der Größe von wenigen 100 nm sichtbar machen, z. B. einzelne Chromosomen und Strukturen darin.

Um 1930 wurde das Elektronenmikroskop entwickelt, das nach demselben Prinzip wie das Lichtmikroskop arbeitet, aber wegen der kürzeren Wellenlänge von Elektronen noch kleinere Strukturen sichtbar machen kann. Sein Erfinder Ernst Ruska wurde dafür 1986 mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet. Heute gibt es zahlreiche verschiedene Bauformen von Elektronenmikroskopen, die häufig nicht mehr nach dem optischen Prinzip des Lichtmikroskops arbeiten, dennoch begegnen uns in einer Vielfalt technischer Anwendungen elektronenoptische Elemente, deren Funktionsweise den einfachen Gesetzen der geometrischen Optik gehorcht.

### Aufbau

Ein Mikroskop besteht im einfachsten Fall aus zwei Sammellinsen. Die dem zu betrachtenden Objekt zugewandte Linse wird *Objektiv* genannt und erzeugt ein *vergrößertes reelles Zwischenbild* des Gegenstandes, vgl. Abbildung 3. Die dem Auge zugewandte Linse bezeichnet man als *Okular*, welches wie eine Lupe benutzt wird, um das Zwischenbild zu betrachten. Das Bild des Okulars ist also *virtuell* und liegt im Idealfall im Unendlichen.

Vorbereitung: Wie sieht die geometrische Konstruktion der Abbildung eines Gegenstandes mit dem Mikroskop aus (Skizze)?

Gibt es einen Unterschied zwischen den Linsen des Okulars und des Objektivs?

Wie muss das Okular angeordnet werden, damit das *virtuelle* Bild im Unendlichen erscheint? Wie *groß* ist es dann, und wieso kann man es trotzdem mit dem Auge betrachten? Kann man die Vergrößerung dieses Okulars noch erhöhen?

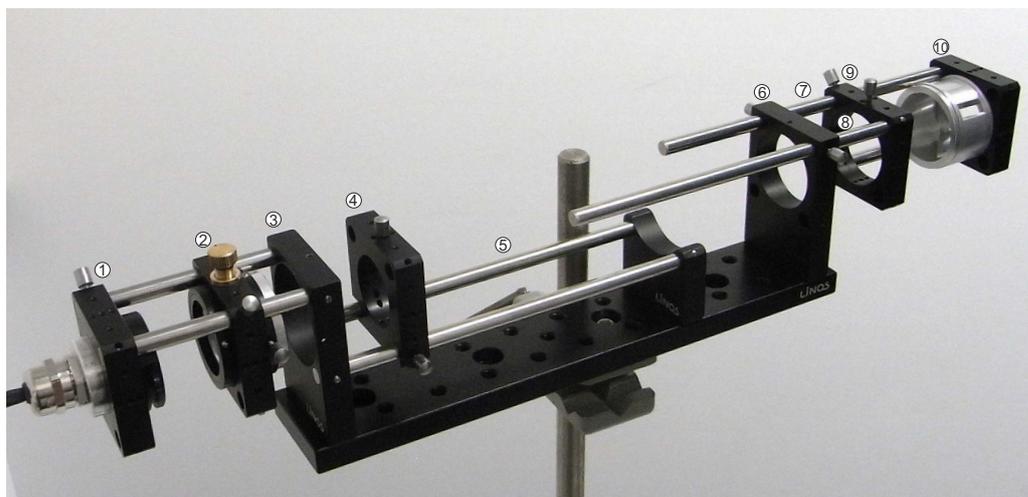


Abbildung 4: Foto des Versuchsaufbaus, Erläuterungen s. Text.

In unserem Experiment wird das Mikroskop aus einzelnen Linsen aufgebaut, die mit Haltern in ein Gestänge auf einem Rahmenaufbau eingesetzt werden. Auf der linken Seite in Abb. 4



Abbildung 5: Strichgitter als Maßstab für die ZBE (links) und als Beobachtungsobjekte (rechts).

ist der „Objekttisch“ ② mit der Beleuchtung ① zu sehen. Der Objekttisch kann parallel zur optischen Achse entlang des Gestänges verschoben und senkrecht dazu mittels Feinstellschrauben bewegt werden. Als Beobachtungsobjekte stehen verschiedene Strichgitter zur Verfügung mit Stichabständen von 0,5 mm, 0,25 mm und 0,125 mm, s. Abb. 5. Die Gitter befinden sich in Fassungen, die in den Objekttisch eingesetzt und mit einer Schraube darin befestigt werden können.

Vor dem Objekttisch befindet sich ein Halter ③ für das Gestänge ⑤, der als Bezugsebene für Abstandsmessungen verwendet werden kann. Ein zweiter Konstruktionshalter ⑥ befindet sich auf der gegenüber liegenden Seite der Grundplatte im Abstand von 20 cm. In das Tubusgestänge zwischen diesen beiden Konstruktionshaltern kann die Objektivlinse mittels eines entsprechenden Halters ④ eingesetzt werden. Es gibt Halter mit verschiedenen Durchmessern für die unterschiedlichen Linsen, sowie Reduzierringe zur Anpassung. Alle Halter haben eine Kantenlänge von 40 mm und eine Tiefe von 10 mm, was zur Abstandsbestimmung verwendet werden kann. Der vorstehende Ring am Objekttisch hat eine Höhe von 4 mm.

Der Okularaufbau ist auf der rechten Seite der Abbildung zu sehen. Der Okulartubus ⑩, durch den das zu vergrößernde Objekt betrachtet wird, enthält einen halbdurchlässigen Spiegel, der zur Messung der Okularvergrößerung  $V_{OK}$  und der Gesamtvergrößerung  $V_g$  des Mikroskops verwendet wird. Das Gestänge (⑦, ⑧) ist hier so angeordnet, dass sich der Tubus unabhängig von der Okularlinse, die in einem eigenen Halter ⑨ befestigt wird, verschieben, und somit der optimale Augenabstand für ein möglichst großes und gleichmäßig beleuchtetes Gesichtsfeld einstellen lässt. Anders als bei konventionellen Mikroskopen ist bei diesem Aufbau der Abstand zwischen Okular- und Objektivlinse, d. h. die *Tubuslänge* des Mikroskops nicht festgelegt, und kann für jede Messung geeignet gewählt werden.

Vorbereitung: Welchen Einfluss hat die Tubuslänge auf die abbildenden Eigenschaften des Mikroskops?

Für den Aufbau des Mikroskops kann aus 40 verschiedenen Linsen mit Brennweiten zwischen 20 mm und 300 mm ausgewählt werden. Das Rahmengestell ist so konstruiert, dass es möglichst flexibel nutzbar ist und viele unterschiedliche Bauformen des Mikroskops zulässt. Es stehen aber noch einige weitere mechanische Komponenten wie Halter und Stangen zur Verfügung, mit denen der Rahmen ggf. mit Hilfe des Assistenten umgebaut werden kann, um somit weitere Varianten zu ermöglichen. Alle Änderungen am Rahmen, die *Werkzeug* wie Schraubendreher, Sechskantschlüssel o. ä. erfordern, müssen vorab mit dem Assistenten besprochen werden und sind nur unter dessen Aufsicht möglich. Ein sorgsamer Umgang mit den teilweise empfindlichen optischen und mechanischen Komponenten dieses Experimentes ist unabdingbar - bei unsachgemäßer Behandlung der Ausstattung muss der Versuch augenblicklich abgebrochen werden.

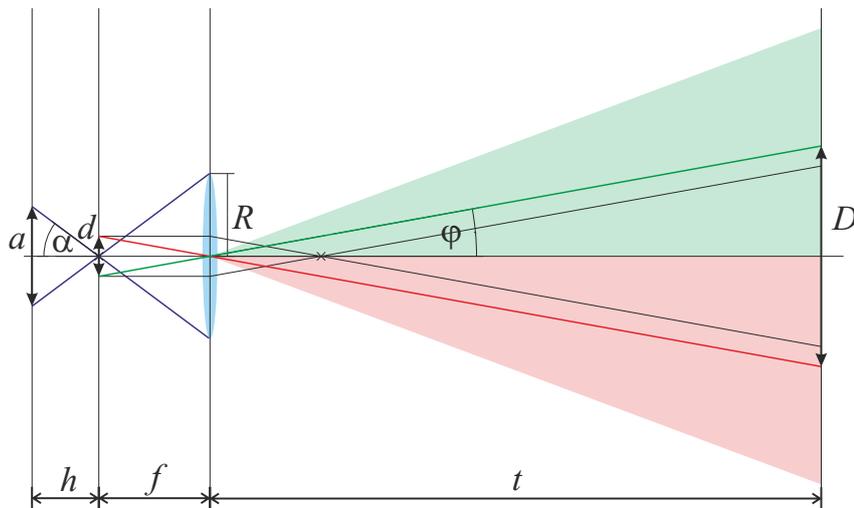


Abbildung 6: Skizze zur Definition und Messung von Auflösungsvermögen und Apertur einer Linse mit Radius  $R$  und Brennweite  $f$ . In Wirklichkeit ist  $t$  im Verhältnis zu  $f$  viel größer als hier dargestellt.

### Auflösungsvermögen

Die entscheidendste Eigenschaft eines Mikroskops neben der Vergrößerung ist sein *Auflösungsvermögen*. Darunter versteht man die Fähigkeit, zwei nahe beieinander liegende Punkte eines Objektes *getrennt* abzubilden. Dass dies nicht zwangsläufig für beliebig kleine Abstände der beiden Punkte erfüllt ist, liegt daran, dass an jeder Optik stets auch Beugungserscheinungen auftreten, weil die Optik aus einer ideal unendlich ausgedehnten Wellenfront immer nur einen begrenzten Ausschnitt erfassen kann, der zur Abbildung beiträgt. Die Ränder von Linsen und ähnlichen optischen Komponenten stellen damit effektiv Blenden dar, an denen bekanntermaßen Beugung auftritt.<sup>4</sup> Die Begrenzung des Auflösungsvermögens ist daher ein wellenoptischer Effekt, dessen Ursprung nicht mit den Gesetzen der geometrischen Optik verstanden werden kann. Mit Ausnahme der Beugungserscheinung selbst und des Durchmessers des Beugungskegels, die hier nicht behandelt werden sollen (s. hierzu z. B. [1]), lässt sich jedoch alles Weitere zum Auflösungsvermögen mit einfachen geometrischen Mitteln behandeln.

In der Regel sind die Beugungseffekte aufgrund der relativ großen Linsendurchmesser im Verhältnis zur Wellenlänge des Lichtes unerheblich. Dies ändert sich jedoch, wenn man zu sehr starken Vergrößerungen geht, bei denen die Größe der zu beobachtenden Strukturen vergleichbar wird mit der Wellenlänge des Lichtes. Hier wird eine „Unschärfe“ aufgrund von Beugung erkennbar, die es unmöglich macht zu unterscheiden, ob ein Punkt im Bild aus einem einzigen oder zwei nahe beieinander liegenden Punkten des Objektes entstanden ist. Diese als Unschärfe des Bildes wahrgenommenen Beugungserscheinungen lassen sich jedoch nicht auf „strahlenoptischem“ Wege, d. h. mit Linsen korrigieren, und auch eine beliebige Steigerung der Vergrößerung würde keine kleineren Details des Objektes mehr sichtbar machen. Man kann aber das Auflösungsvermögen aus den Eigenschaften der Optik *quantitativ* bestimmen, und somit für hochentwickelte Anwendungen auch weitgehend optimieren.

Das erste Minimum der Beugungserscheinung einer Lochblende mit Radius  $R$  erscheint für Licht der Wellenlänge  $\lambda$  unter einem Winkel  $\varphi = 0,610 \frac{\lambda}{R}$ , d. h. auf einem Schirm im Abstand  $t$  von der Blende entsteht eine Scheibe mit Durchmesser  $D = 2t\varphi = 1,22t \frac{\lambda}{R}$  [2]. Für das Mikroskop

<sup>4</sup>Wer dieses Thema vertiefen möchte, sollte in der Literatur nach den Begriffen der Eintritts- und Austrittspupille suchen, die für jede Optik die abbildenden Strahlen begrenzen. Im Versuch wird dies z. B. sichtbar, wenn man den Okulartubus verschiebt (s. u.).

bedeutet dies, dass  $R$  der Radius der Objektivlinse<sup>5</sup> ist und  $t$  der Abstand zur Zwischenbildebene, also näherungsweise die Tubuslänge des Mikroskops. Die Bedingungen für Fraunhofer'sche Beugung werden hier dadurch erfüllt, dass der Gegenstand ungefähr im Brennpunkt der Linse liegt und damit die Strahlen hinter der Linse so verlaufen, als kämen sie aus Unendlich.

Für das Auflösungsvermögen interessiert der minimale Abstand  $d$  zweier Punkte in der *Objektenebene*, die als zwei getrennte Bildpunkte erscheinen, deren Beugungskegel (in Abbildung 6 als rote und grüne Flächen dargestellt) also nicht überlappen dürfen. Die beiden Objektpunkte müssen daher unter dem Sehwinkel  $\varphi$  erscheinen, der genau dem ersten Beugungsminimum entspricht. Man erhält daraus rein geometrisch  $d = fD/t = 1,22 \frac{\lambda f}{R}$ . Der hier auftretende Ausdruck  $A = \frac{R}{f} = \tan \alpha$  ist eine charakteristische Größe für die Objektivlinse und wird *Apertur* genannt. Das Auflösungsvermögen des Mikroskops ist also umso besser, je größer die Apertur des Objektivs ist.

Zur experimentellen Bestimmung des Auflösungsvermögens bzw. der Apertur stellt man zunächst das Mikroskop scharf auf einen Gegenstand in der Objektebene. Die das Objektiv erreichenden Randstrahlen, die gerade noch zur Bildentstehung beitragen, sind in Abbildung 6 blau dargestellt, und schließen mit der optischen Achse den Winkel  $\alpha$  ein. Verlängert man diese Randstrahlen in eine Ebene im Abstand  $h$  hinter der Objektebene, so bilden sie einen Kegel mit Durchmesser  $a = 2h \tan \alpha$ , woraus man die *numerische Apertur*  $NA = n \sin \alpha$  mit dem Brechungsindex  $n$  des umgebenden Mediums (hier: Luft) berechnen kann. Die numerische Apertur wird mit der oben definierten Apertur  $A$  identifiziert, obgleich sie nicht identisch ist (Einzelheiten hierzu s. [3]), und man gibt das Auflösungsvermögen an als  $\frac{NA}{\lambda}$ , oder, da die Wahl der Wellenlänge des Lichts keine Eigenschaft des Mikroskops ist, nur durch  $NA$ .

## Aufgaben

Die folgenden Aufgaben sind so gewählt, dass sie die grundlegende Funktionsweise des Mikroskops veranschaulichen. In Abstimmung mit dem Assistenten können auch andere Themen im Zusammenhang mit dem Mikroskop untersucht werden, z. B. die Aufgaben für Hauptfachstudenten (s. Versuchsanleitung für Physikstudenten). Brillenträger sollten möglichst *ohne* Brille in das Mikroskop sehen.

### 1. Aufbau eines einfachen Mikroskops:

Vor Beginn der Messung ist es sinnvoll, sich mit dem Aufbau vertraut zu machen, und die verschiedenen Einstellungsmöglichkeiten zu untersuchen. Dazu baut man zunächst ein einfaches Mikroskop bestehend aus zwei Linsen auf, mit dem man die Funktionsweise demonstrativ untersuchen kann.

- Die spätere Zwischenbildebene (ZBE) wird zunächst in eine der beiden Oberflächen des Konstruktionshalters ⑥ gelegt, indem man ein Strichgitter mit Millimeterteilung in den Halter einsetzt.
- Danach setzt man eine geeignete Linse (hier kann der Assistent bei der Auswahl helfen) in den Halter ⑦ vor dem Okulartubus ein, und stellt zunächst einen möglichst großen Abstand zwischen der Linse und dem Strichgitter ein.
- Man betrachtet das Strichgitter durch den Okulartubus, wobei das Bild zunächst unscharf sein sollte, und nähert die Linse langsam dem Gitter an, bis man ein scharfes Bild sehen kann. Diesen Abstand misst man mit einem Lineal oder Bandmaß, er soll nicht mehr verändert werden.

---

<sup>5</sup>Korrekterweise bezeichnet  $R$  hier den Radius der *Eintrittspupille*, die auch durch eine Blende o. ä. vor der Linse begrenzt sein könnte.

Vorbereitung: Wie groß sollte nun der Abstand zwischen Linse und Objekt - Strichgitter - sein?

- Nun setzt man ein beliebiges Objekt in den Objekthalter ②, und setzt eine geeignete Linse (hier kann wieder der Assistent bei der Auswahl helfen) in den einklinkbaren Halter ④. Man entfernt das Strichgitter in der ZBE und betrachtet das Objekt durch den Okulartubus, wobei man die Position der Objektivlinse solange variiert, bis man ein scharfes Bild beobachtet. Dieser Aufbau stellt bereits ein Mikroskop dar, wie man an der deutlichen Vergrößerung des Bildes erkennen sollte.

## 2. Okularvergrößerung:

Nachdem man sich die grundsätzliche Funktionsweise des Mikroskops in Aufgabe 1 klar gemacht hat, kann man dazu übergehen, den Aufbau durch Verwendung anderer Linsen abzuwandeln und ein Mikroskop gewünschter Spezifikation herzustellen. Auch die Lage der ZBE kann nun variiert und geeignet gewählt werden.

- Man wählt eine Okularlinse und befestigt diese sorgfältig im Halter des Okularaufbaus. Zum Wechseln der Okularlinse kann der ganze Okularaufbau bestehend aus dem Okulartubus mit Gestänge und dem Halter mit der Linse abgenommen werden.
- Man betrachtet einen Maßstab in der ZBE durch den Okulartubus und verschiebt die Position der Linse, bis ein scharfes Bild zu sehen ist.

Vorbereitung: Wie kann man experimentell realisieren, dass das Bild des Okulars im Unendlichen liegt?

- Mit Hilfe des halbdurchlässigen Spiegels im Okulartubus wird dem Bild des Maßstabs in der ZBE ein zweiter Maßstab in der Entfernung  $s_0 = 25$  cm vom Auge überlagert, wie in Abbildung 7 dargestellt. Der Abstand des Mittelpunktes des Spiegels von der Auflagefläche des Auges am Okulartubus beträgt  $(23,5 \pm 0,5)$  mm.

Vorbereitung: Weshalb legt man den Vergleichsmaßstab in den Abstand  $s_0$  vom Auge?

- Der Vergleich der beiden Maßstäbe liefert die Okularvergrößerung  $V_{Ok}$ . Aus mindestens 5 Wertepaaren mit zugehörigen Messunsicherheiten (!) wird der *gewichtete* Mittelwert mit Unsicherheit bestimmt.

Solange mit diesem Okular gearbeitet wird, darf die Position der Linse bzgl. der ZBE nicht mehr verändert werden, damit sich die Okularvergrößerung  $V_{Ok}$  nicht ändert!

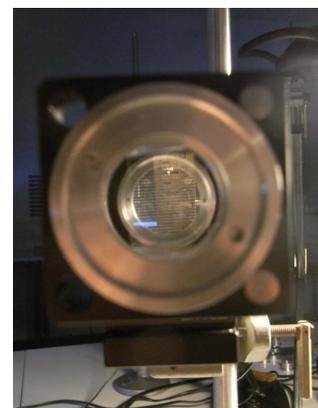
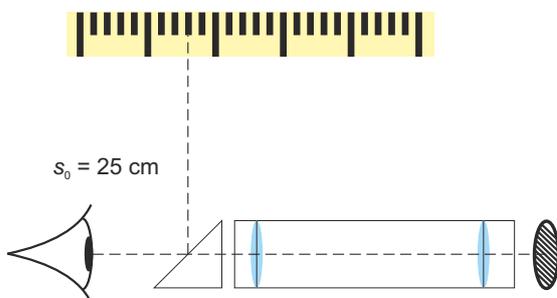


Abbildung 7: Messung der Gesamtvergrößerung. (links) Anordnung und schematischer Strahlengang, (rechts) Überlagerung der beiden Bilder im Okulartubus.

### 3. Objektivvergrößerung:

Man kann unterschiedliche Objektivlinsen ausprobieren und ihre Vergrößerungen qualitativ und quantitativ vergleichen, s. auch Aufgabe 4d. Für die Auswertung wird  $V_{Ok}$  aus Aufgabe 2 benötigt. Je besser diese bestimmt wurde, umso präziser sind die Ergebnisse dieser Teilaufgabe.

- Man wählt ein geeignetes Objekt zum Vergleich mit dem Maßstab in der ZBE aus, und setzt es in den Objektisch ein. Dabei muss die Vergrößerung berücksichtigt werden, die sich aus der Brennweite der Objektivlinse bereits abschätzen lässt.
- Die Objektivlinse wird sorgfältig in dem einklankbaren Halter befestigt, der in das Tubusgestänge zwischen Objekt und Okular eingesetzt wird.
- Man betrachtet das Objekt durch den Okulartubus und verschiebt die Position des Objektes und der Objektivlinse, bis das Bild scharf ist. Für diesen Schritt kann es hilfreich sein, den Maßstab in der ZBE vorübergehend zu entfernen. Man beachte, dass für die Berechnung der Brennweite (s. u.) der Abstand zwischen Objektebene und ZBE *präzise* bestimmt werden muss.
- Durch den Vergleich des Objektes mit dem Maßstab in der ZBE wird  $V_{Obj}$  ermittelt. Aus mindestens 5 Wertepaaren wird der *gewichtete* Mittelwert von  $V_{Obj}$  mit Messunsicherheiten gebildet (s. o.).
- Aus  $V_{Obj}$  und dem Abstand zwischen Gegenstand und Bild wird die Brennweite der Linse mit Unsicherheit berechnet und mit der nominellen Brennweite der verwendeten Linse verglichen.

*Vorbereitung:* Bei der Berechnung der Brennweite wird die Annahme einer *dünnen* Linse gemacht. Ist diese Näherung hier überhaupt zulässig?

- Man entfernt den Maßstab in der ZBE und bestimmt die Gesamtvergrößerung dieses Mikroskops durch Vergleich des Bildes mit dem eingespiegelten Maßstab im Abstand  $s_0$ . Zur Bildung des Mittelwerts werden wieder mindestens 5 Wertepaare aufgenommen.
- Das Ergebnis für  $V_g$  soll mit dem Wert, der sich aus  $V_{Obj}$  und  $V_{Ok}$  ergeben würde, verglichen, und ggf. die Abweichungen diskutiert werden.

### 4. Vertiefungsaufgaben

Von den folgenden Aufgaben sollen mindestens zwei nach freier Auswahl bearbeitet werden. Statt dessen können in Abstimmung mit dem Assistenten alternative Experimente in ähnlichem Umfang durchgeführt werden, wobei die Anzahl der Versuchsteile (ggf. auch Aufgaben 1 - 3) reduziert werden kann, um den höheren Vorbereitungsaufwand für ein selbst konzipiertes Experiment zu würdigen.

#### 4a Mikroskopobjektiv:

In modernen Mikroskopen sind üblicherweise sowohl Okular als auch Objektiv aus Linsensystemen mit optimierten Abbildungseigenschaften aufgebaut. Hier wird ein Mikroskop mit einem konventionellen Systemobjektiv untersucht. Für die Auswertung wird  $V_{Ok}$  aus Aufgabe 2 benötigt.

- Das Mikroskopobjektiv wird mit dem passenden Adapter in dem einklankbaren Halter befestigt und in das Tubusgestänge eingesetzt.
- Wie in Aufgabe 3 beschrieben werden  $V_{Obj}$  und  $V_g$  für dieses Mikroskop bestimmt und die Objektivbrennweite berechnet.
- Man bestimmt die Apertur des Objektivs, indem das Objekt (nach dem Scharfstellen des Bildes) um eine feste, *präzise* bestimmte Strecke  $h$  von ca. 5 - 10 mm verschoben wird, und dann der Durchmesser des Gesichtsfeldes bestimmt wird, das in der Objektebene

nach Entfernen des Okulars durch das Objektiv zu sehen ist (s. Abbildung 6). Hierbei kann es hilfreich sein, ein anderes Objekt zu wählen als für die Vergrößerung.

- Alle Messwerte sollen mit den nominellen Angaben auf dem Gehäuse des Objektivs verglichen, und ggf. Abweichungen diskutiert werden. Aus der Apertur berechnet man die Größe der kleinsten Objekte, die dieses Objektiv auflösen kann. Was für Objekte könnten das sein?

#### **4b telezentrisches Objektiv:**

Ein telezentrisches Objektiv besteht aus mindestens zwei Linsen. Der Gegenstand liegt dabei (im Idealfall) im Brennpunkt der sog. Objektivlinse, die daher ein Zwischenbild im Unendlichen entwirft. Dieses wird von der sog. Tubuslinse eingefangen und in den Brennpunkt des Okulars abgebildet. Die Kombination aus Okular und Tubuslinse funktioniert dabei wie ein Fernrohr (vgl. Aufgabe 4c). Wegen des achsenparallelen Strahlenverlaufs zwischen Objektiv- und Tubuslinse, erlaubt diese Bauweise den für viele hochentwickelte Anwendungen notwendigen Einsatz von optischen Komponenten wie Strahlteilern und Farb- oder Polarisationsfiltern, ohne dass der Strahlenverlauf und die Abbildungseigenschaften des Mikroskops beeinträchtigt werden.

*Vorbereitung:* Wie sieht der Strahlenverlauf bei der Abbildung eines Mikroskops mit telezentrischem Objektiv aus?

Wie groß muss im Idealfall der Abstand zwischen Tubuslinse und Okular sein?

- Man wählt geeignete Linsen für Objektiv- und Tubuslinse aus und setzt sie in die beiden einklinkbaren Halter ein, wobei ggf. ein Reduziererring zur Anpassung des Fassungsdurchmessers an den Halter verwendet werden kann.
- Man setzt die beiden Linsen in den Rahmen ein und stellt eine scharfe Abbildung her, indem die Positionen der Linsen (ggf. auch des Okulars) geeignet verschoben werden.
- Wie in Aufgabe 3 beschrieben bestimmt man  $V_g$  und  $V_{Obj}$  dieses Mikroskops.
- Das Ergebnis für  $V_g$  soll mit dem Wert verglichen werden, der sich einerseits aus  $V_{Obj}$  und  $V_{Ok}$ , andererseits aus den nominellen Brennweiten der verwendeten Linsen ergeben würde. Abweichungen werden im Rahmen der Messunsicherheiten diskutiert.

#### **4c Fernrohr:**

Das Mikroskop von Aufgabe 4b lässt sich in ein einfaches Fernrohr umbauen, wenn man die Objektivlinse weglässt. Man bestimmt experimentell die Vergrößerung dieses Fernrohrs.

*Vorbereitung:* Wie sieht der Strahlenverlauf bei der Abbildung eines weit entfernten Objektes mit dem Fernrohr aus? Wo entsteht das Bild des Fernrohrs dann?

- Die Objektivlinse, das Objekt und die Beleuchtung werden aus dem Mikroskop entfernt.
- Durch den Okulartubus betrachtet man einen weit entfernten Maßstab ( $> 5$  m) und stellt ggf. durch Verschieben der Linsen eine scharfe Abbildung her.
- Mit einem Auge betrachtet man das Objekt durch den Okulartubus und gleichzeitig mit dem zweiten Auge direkt, also unvergrößert, und bringt die beiden Bilder zur Deckung.
- Durch Vergleich der beiden Bilder bestimmt man die Vergrößerung des Fernrohrs. Aus mindestens 5 Wertepaaren wird wie üblich der Mittelwert mit Unsicherheit gebildet.
- Das Ergebnis soll mit dem Wert, der sich aus den nominellen Brennweiten der verwendeten Linsen ergeben würde, verglichen und ggf. Abweichungen diskutiert werden.

#### **4d Variation der Linsen**

- Zum Vergleich der Vergrößerungen verschiedener Mikroskope sollen die Aufgaben 2 mit mindestens einer und 3 mit mindestens zwei weiteren Linsen wiederholt werden.
- Man trägt grafisch die Okular- bzw. Objektivvergrößerung gegen die Brennweite der Linse auf und diskutiert die Abhängigkeit der beiden Größen. Entspricht das Ergebnis den Formeln aus der Lehrbuchliteratur?

## Vorbereitung und Bericht

Ein großer Teil der für die Experimente des Optiklabors nötigen theoretischen Vorbereitung ist in dieser Versuchsanleitung enthalten und braucht nicht im Bericht wiederholt werden. Es wird allerdings erwartet, dass jeder Student die Grundlagen vollständig vorbereitet hat und im Gespräch präsentieren kann. Die in der Anleitung eingebauten Fragen zur Vorbereitung können als Leitfaden für die Durchführung des Versuchs angesehen werden und dienen zur Selbstkontrolle, ob die theoretischen Grundlagen verstanden sind und im Experiment angewendet werden können. Wenn einzelne Fragen nicht beantwortet werden können, bedeutet dies also, dass das entsprechende Thema in der *Lehrbuchliteratur* nachgeholt werden muss.<sup>6</sup>

Das Versuchsprotokoll sollte einen in sich geschlossenen, vollständigen Bericht über das durchgeführte Experiment ergeben, der wie eine wissenschaftliche Veröffentlichung aufgebaut sein soll.

## Einleitung und Vorbereitung

Der Bericht sollte mit einer kurzen Zusammenfassung der Aufgabenstellung und des Experiments beginnen. Alle in der Versuchsanleitung gestellten Fragen und Aufgaben zur Vorbereitung, die den durchgeführten Versuch betreffen, sollen beantwortet werden. Dies kann in Fließtext eingebaut werden oder in Stichpunkten erfolgen, wobei dann ggf. zum Verständnis für den Leser die Fragestellung vorangestellt werden muss.

## Experimenteller Teil

Hier muss zunächst das vollständige Messprotokoll erscheinen, welches vom Assistenten am Versuchstag testiert worden ist. Danach werden alle durchgeführten Versuche in angemessen gegliederter Weise und ggf. mit Skizzen beschrieben, sowie alle für die Auswertung benötigten Formeln und Rechnungen angegeben. Soweit möglich empfiehlt es sich, Auswertungen mit Hilfe des Computers auszuführen. Alle Ergebnisse sowie die berechneten Unsicherheiten sollen hier vollständig und in übersichtlicher Form dargestellt und ggf. erläutert werden (z. B. auf welche Art ist der Mittelwert bestimmt worden, welche Fehlerbeiträge wurden vernachlässigt usw.).

## Ergebnisse und Diskussion

Das Versuchsprotokoll soll mit einer Zusammenfassung des Experimentes und einem Fazit abgeschlossen werden. Die Messergebnisse sollen kompakt und übersichtlich dargestellt und anhand ihrer experimentellen Unsicherheiten bewertet werden. Welche Erkenntnisse hat dieses Experiment geliefert? Nebenfachstudenten sollen einen Bezug herstellen zu ihrem Hauptfach, Lehramtsstudenten zur Erfahrungswelt eines Schülers.

## Literatur

Literaturangaben sind als *Empfehlungen* zu verstehen. Die meisten Stichpunkte finden sich in allen gängigen Lehrbüchern zur Experimentalphysik oder zum Physikpraktikum, von denen sich einige in der Liste der Literaturempfehlungen zu dieser Veranstaltung finden unter [www.astro.uni-koeln.de/AP](http://www.astro.uni-koeln.de/AP).

- [1] Gerthsen Physik, Kap. 11.1.4 (24. Auflage 2010)  
oder Demtröder Bd. 2, Kap. 10.5.2 (5. Auflage 2009).
- [2] Bergmann Schaefer Bd. 3 - Optik, Kap. 3.8.2 (10. Auflage 2004).
- [3] Bergmann Schaefer Bd. 3 - Optik, Kap. 3.12.1 (10. Auflage 2004).

---

<sup>6</sup>Ein Literaturstudium ist in aller Regel nicht ausreichend durch eine Internetrecherche zu ersetzen!