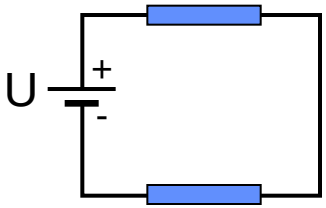
5 Elektrizitätslehre

Grundbegriffe:

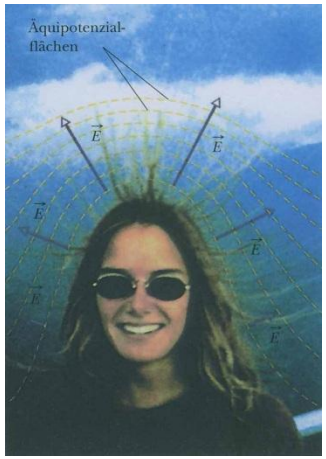
Ladung, Coulomb-Kraft, Spannung, Strom, Widerstand, Arbeit, Energie, Potential, Leistung

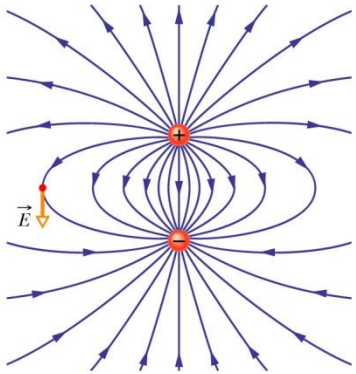
Elektrische Netzwerke



Elektrisches Feld

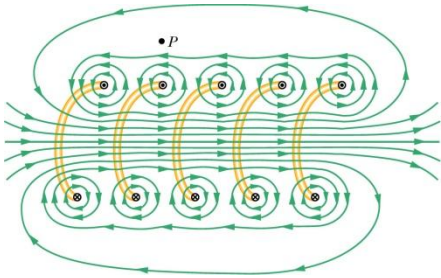
Feldstärke, Dipol, Potential, Kondensator, Materie im Feld / Polarisation





Magnetfeld

Felder von Strömen, Lorentz-Kraft, magn. Dipol, Spule, Induktion



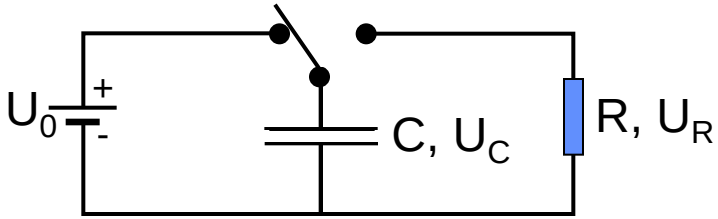
Wechselfelder

Wechselstromwiderstand, elektromagnetische Wellen

5.3 Elektrisches Feld: Kondensator

Entladen eines Kondensators

Frage: Wie schnell entlädt sich der Kondensator über den Widerstand nach dem Umschalten ?

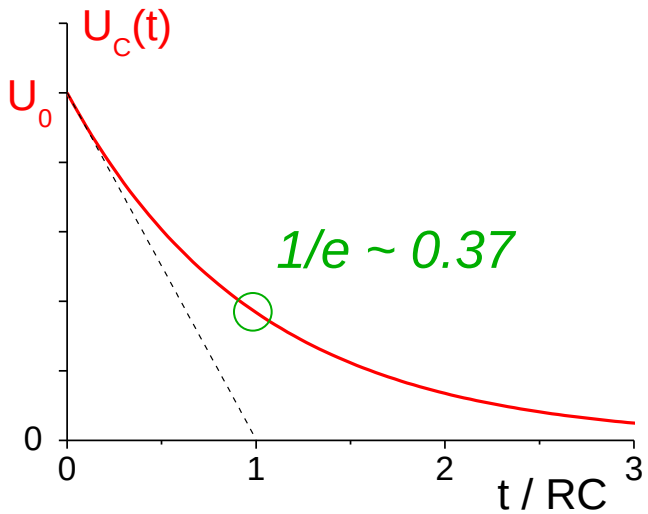


Maschenregel: $U_C(t) + U_R(t) = 0 \Rightarrow U_R = -U_C$

Entladestrom: $I(t) = \frac{dq}{dt} = C\frac{dU_C(t)}{dt}$

Spannung an R: $U_R(t) = R \cdot I(t) = RC\frac{dU_C(t)}{dt} = -U_c$

DGL: $$\boxed{\frac{dU_C(t)}{dt} = -\frac{1}{RC}U_C(t)}$$

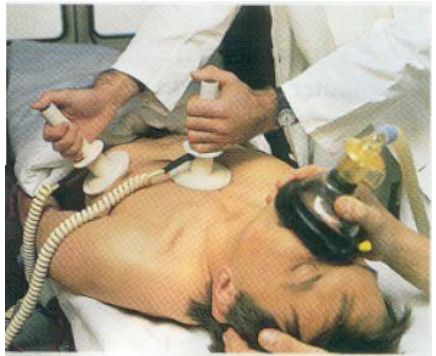


Lösung: $$\boxed{U_C(t) = U_0 \exp(-t/RC)}$$

$$\Rightarrow I(t) = -\frac{U_0}{R}\exp(-t/RC)$$

Zeitkonstante τ = RC

Je größer R & C, desto länger dauert die Entladung.

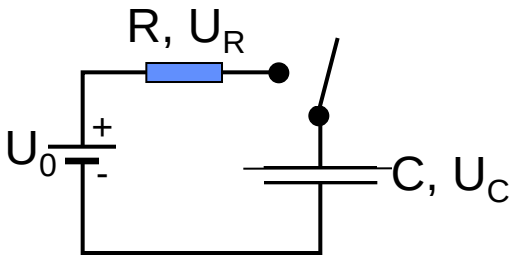


Kondensator-Entladung: Defibrillator
U ~ 1 kV
τ ~ 1 ms

5.3 Elektrisches Feld: Kondensator

Laden eines Kondensators

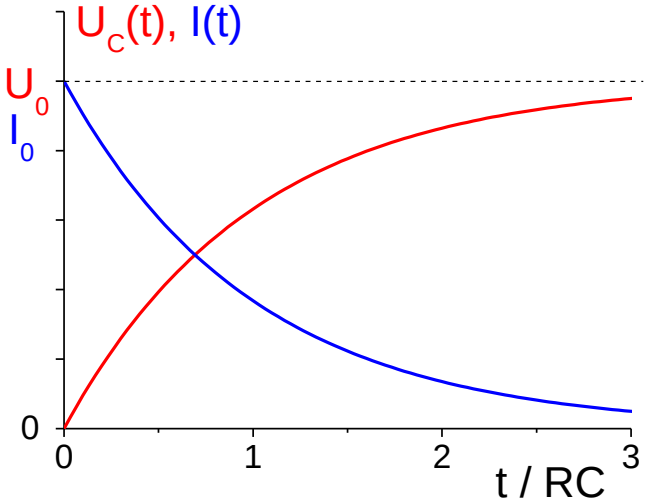
Frage: Wie schnell wird der Kondensator aufgeladen nach dem Umschalten ?



Maschenregel: $U_0 = U_C(t) + U_R(t) \Rightarrow U_R = U_0 - U_C$

Ladestrom: $I(t) = \frac{dq}{dt} = C\frac{dU_C(t)}{dt}$

Spannung an R: $U_R(t) = R \cdot I(t) = RC\frac{dU_C(t)}{dt} = U_0 - U_c$



DGL: $$\boxed{\frac{dU_C(t)}{dt} = -\frac{1}{RC}\ U_C(t) - U_0}$$

Lösung: $$\boxed{U_C(t) = U_0\ \ 1 - \exp(-t/RC)} \qquad \Rightarrow I(t) = +\frac{U_0}{R}\exp(-t/RC)$$

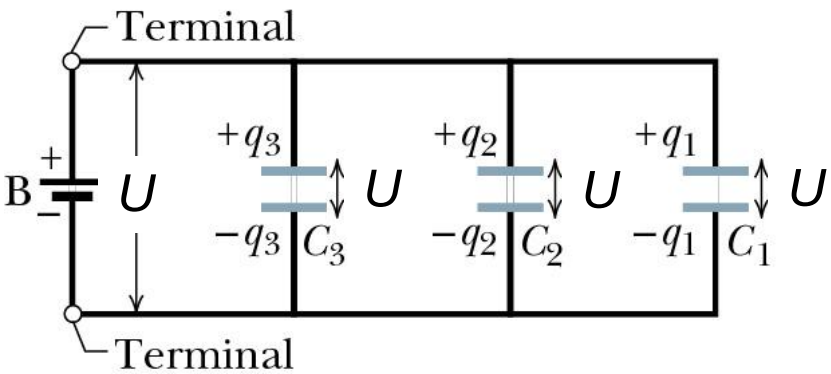
Zeitkonstante $\tau = RC$

Zunächst ist der Kond. wie ein Kurzschluss, dann wie eine Unterbrechung.

5.3 Elektrisches Feld: Kondensator

Parallelschaltung von Kondensatoren

$$q = C \cdot U \qquad C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$



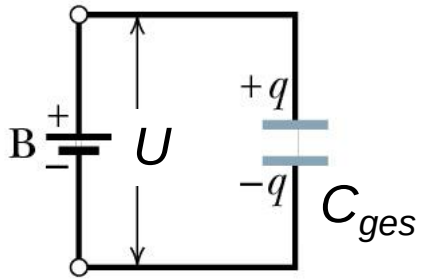
(a)

An jedem Kondensator liegt dieselbe Spannung U an:

$$q_j = C_j \cdot U$$

Insgesamt liegt auf den Kondensatoren die Ladung q_{ges}.

$$q_{ges} = \sum_j q_j$$



$$C_{ges} = \frac{q_{ges}}{U} = \frac{\sum_j q_j}{U} = \sum_j \frac{q_j}{U}$$

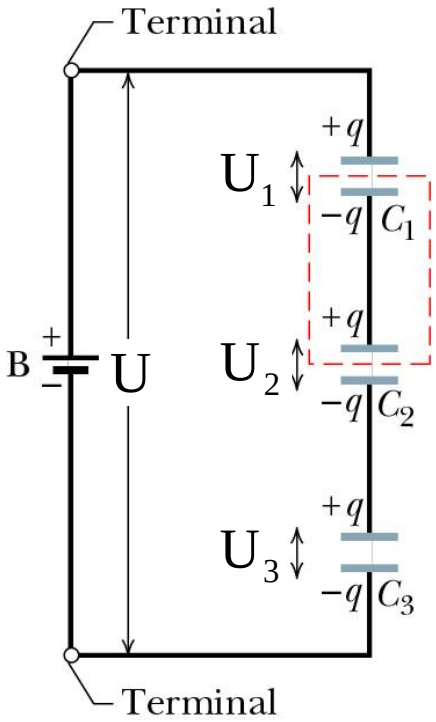
$$\Rightarrow C_{ges} = \sum_j C_j$$

*Äquivalent zur Vergrößerung der **Plattenfläche A**.*

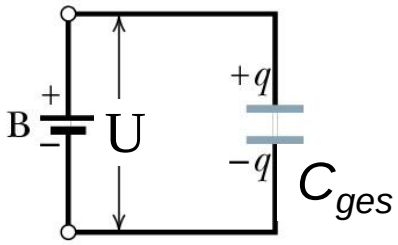
5.3 Elektrisches Feld: Kondensator

Reihenschaltung von Kondensatoren

$$q = C \cdot U \qquad C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$



(a)



(b)

Auf jedem Kondensator liegt dieselbe Ladung q:

$$q = C_j \cdot U_j \qquad U_j = \frac{1}{C_j} \cdot q$$

Insgesamt fällt auf den Kondensatoren die Spannung U ab:

$$U = \sum_j U_j$$

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{U}{q} = \frac{\sum_j U_j}{q} = \sum_j \frac{U_j}{q} = \sum_j \frac{1}{C_j}$$

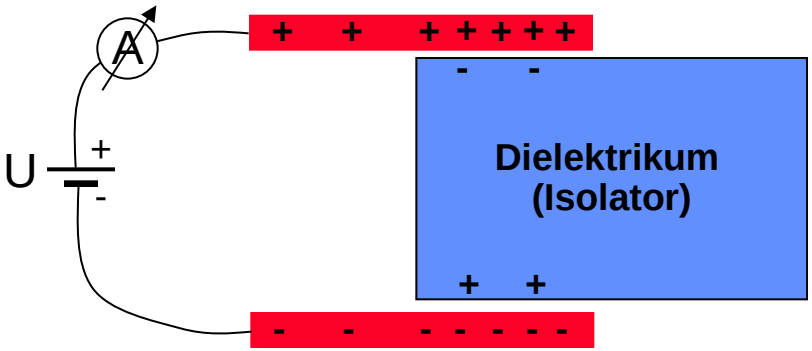
$$\Rightarrow \frac{1}{C_{ges}} = \sum_j \frac{1}{C_j}$$

*Äquivalent zur Vergrößerung des **Plattenabstands d**.*

5.3 Elektrisches Feld: Materie im Feld

Dielektrische Polarisation (Isolator im Feld)

1) Kondensator an Batterie (U = const)



$$C = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$C = \varepsilon \cdot C_0$$

$$\Rightarrow q = \varepsilon \cdot q_0$$

Empirisch:

Durch Einschieben des DK **erhöht** sich bei **U=const** die **Ladung q** auf dem Kondensator um den Faktor ε (es fließt ein Strom).

Wegen **C = q/U** **erhöht** sich also auch die **Kapazität C** um ε.

Typische Werte der (relativen) Dielektrizitätskonstante ε: ($\varepsilon \geq 1$)

Vakuum: $\varepsilon = 1$ Luft: 1.0006

Glas: 5-10 H_2O: 81 $SrTiO_3$: 310

2) Kondensator von Batterie abgeklemmt (q = const)

$$C = \varepsilon \cdot C_0$$

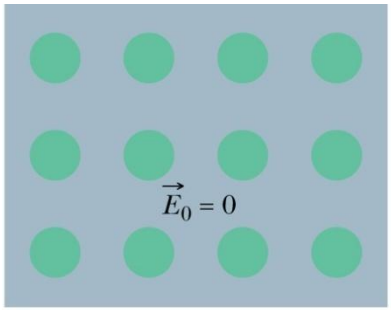
$$\Rightarrow U = \frac{1}{\varepsilon} U_0 \Rightarrow E = \frac{1}{\varepsilon} E_0$$

Für q = const werden U und E kleiner, für U = const wird q größer.

5.3 Elektrisches Feld: Materie im Feld

Dielektrische Polarisation (Isolator im Feld)

$$C = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$



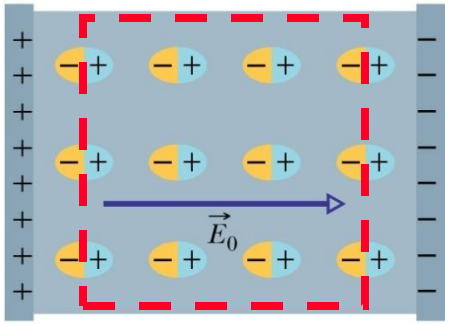
(a)

Mikroskopische Erklärung:

$$C = \varepsilon \cdot C_0 \Rightarrow E = \frac{1}{\varepsilon} E_0$$

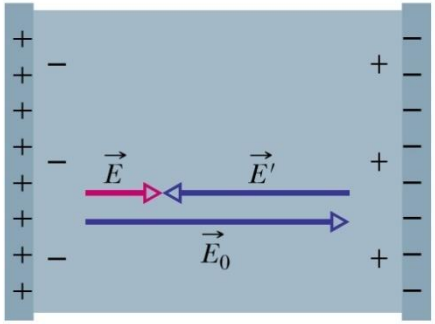
Ohne äußeres E-Feld.

(q = const)



(b)

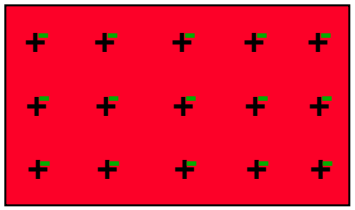
Durch das äußere E-Feld E_0 werden neg. & pos. Ladungen gegeneinander verschoben, d.h. **Dipolmomente induziert**. (Im Isolator können neg. & pos. Ladungen nicht voneinander getrennt werden).
Die Dipolmomente sind im Feld ausgerichtet.
Die Netto-Ladungen an den **Oberflächen** erzeugen ein **Feld E´,** das dem äußeren Feld **entgegen** gerichtet ist.



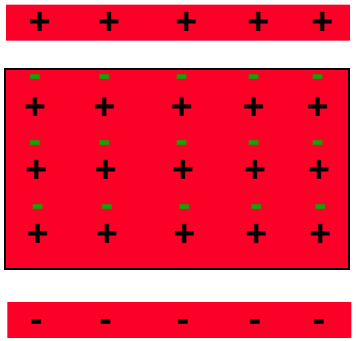
➔ Im Isolator ist das resultierende Feld E **kleiner** als das äußere Feld E_0 (d.h. die Kapazität C ist größer als C_0).

5.3 Elektrisches Feld: Materie im Feld

Polarisation im Metall: Influenz (Ladungstrennung im äußeren elektrischen Feld)

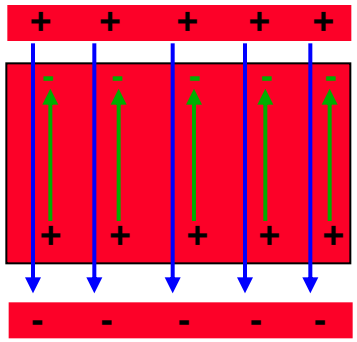


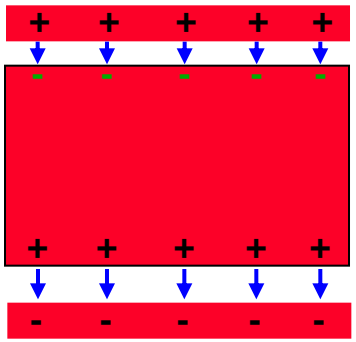
Metall: frei bewegliche Elektronen & unbewegliche Ionen.



Im Feld werden die Elektronen durch F = qE solange gegen die Ionen verschoben, bis **das Innere feldfrei** ist (d.h. bis F = 0 im Inneren).

$$E = E_0 + E' = 0$$

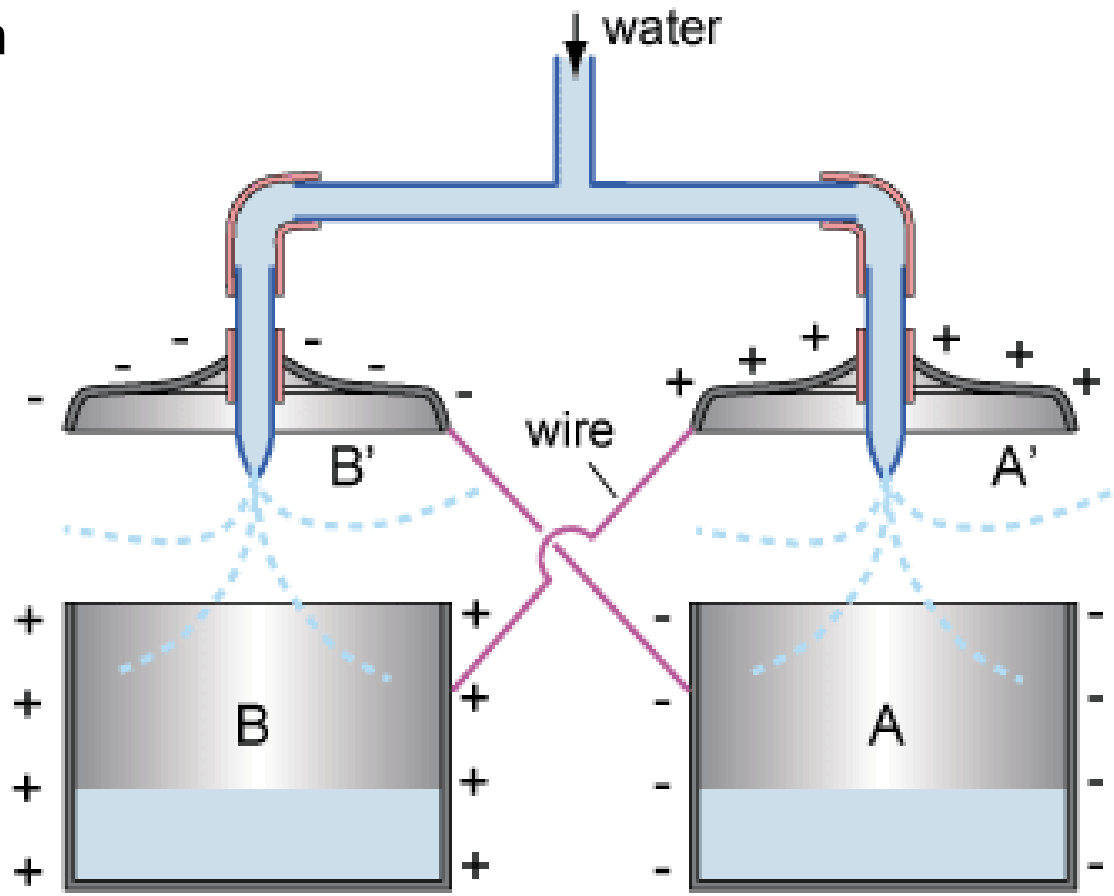




Das Innere eines Leiters ist feldfrei,
bzw. der gesamte Leiter befindet sich auf einem konstantem Potential.

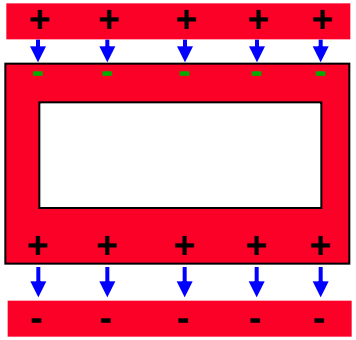
5.3 Influenz

Kelvin-Generator:
Erzeuge hohe Spannung
mit Wassertropfen



5.3 Elektrisches Feld: Materie im Feld

Faraday-Käfig



„Das Innere eines Leiters ist feldfrei“ gilt auch in einem Hohlraum im Leiter.

Abschirmung durch Metallwände z.B. für Elektrogeräte oder für empfindliche Messungen.

Für die Abschirmung genügt ein leitendes „Netz“.

5.3 Elektrisches Feld (36): Zusammenfassung (1)

- **elektrisches Feld** $\vec{E} = \vec{F} / q$

  Richtung: **von + nach –**

  E-Felder werden vektoriell addiert.

  Dichte der Feldlinien ist proportional zur Feldstärke E

- E-Feld einer **Punktladung** $E(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}$

  ($1/r^2$)

- E-Feld eines **Dipols** auf der Achse $E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{p}{z^3}$ Dipolmoment $|\vec{p}| = qd$

  ($1/r^3$) von – nach +

  Drehmoment auf Dipol im hom. E-Feld: $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$

- einer **unendlich ausgedehnten Platte** $E = \frac{1}{2\varepsilon_0} \frac{q}{A}$ Flächenladungsdichte $\frac{q}{A}$

  (homogen)

- **Spannung** $U_{ab} = \int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} -\vec{E} \cdot d\vec{r}$ im homogenen Feld (von „-“ nach „+“): $U = E \cdot d$

- **Potential** $\varphi(\vec{r}_b) - \varphi(\vec{r}_a) = U_{ab}$ $\vec{E}(\vec{r}) = -grad \ \varphi(\vec{r})$

5.3 Elektrisches Feld: Zusammenfassung (2)

- **Kondensator**: **Kapazität** $C = q / U$ $\quad C = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \frac{A}{d}$ *(„Eimer“ für Ladung)*

  Einheit: 1 As/V = 1 F (Farad)

E-Feld im Kondensator: $E = \frac{q}{\varepsilon_0 A}$ Energie: $W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}\varepsilon_0 VE^2$

Spannung beim Entladen: $U_C(t) = U_0 \exp(-t / RC)$

Parallelschaltung: $C_{ges} = \sum_j C_j$ Reihenschaltung: $\frac{1}{C_{ges}} = \sum_j \frac{1}{C_j}$

- **Satz von Gauß**: Fluss durch geschlossene Fläche ~ eingeschlossene Ladung

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

- Im **Isolator** ist das Feld kleiner; das Innere eines metallischen **Leiters** ist feldfrei (d.h. auf konstantem Potential)