

IX. Supraleitung

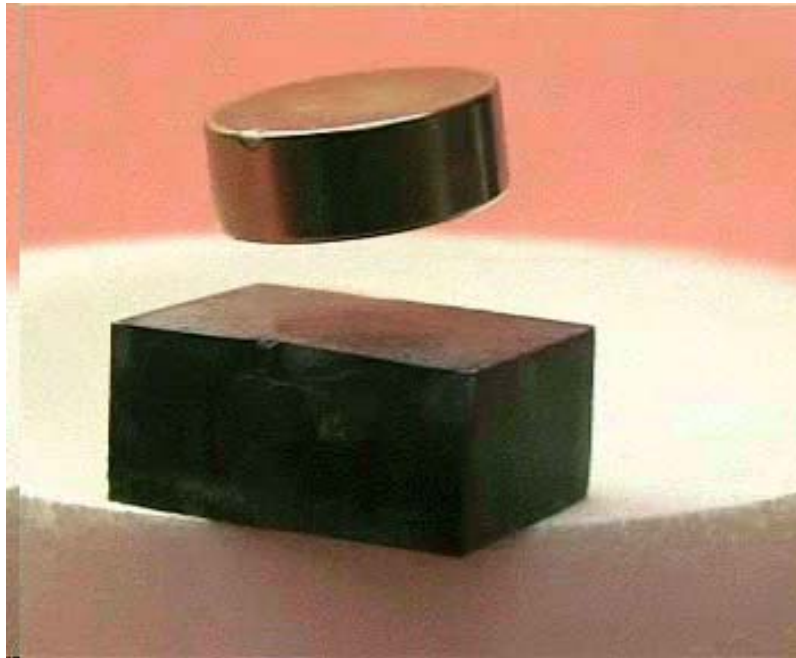
IX.1 Historische Bemerkungen

IX.2 Arten von Supraleitern

IX.3 Supraleiter im Magnetfeld

IX.4 Meissner-Ochsenfeld-Effekt

IX.5 Thermodynamik von Supraleitern



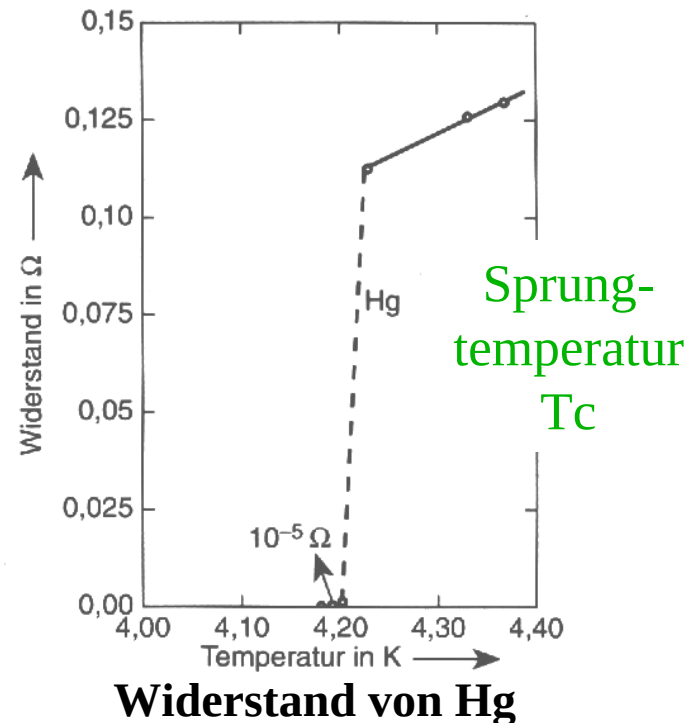
- Literaturempfehlung : W. Buckel, Supraleitung (VCH, 1994)

IX.1 Historisches

- die Entdeckung der Supraleitung ist eng mit dem Fortschritt in der Kühlung verbunden !
- 1895 Carl von Linde : flüssige Luft
- 1901 großtechn. Produktion von fl. O_2 und N_2
- 1908 flüssiges Helium
- 1911 **Supraleitung von Quecksilber** → 1913 Nobelpreis



Heike
Kamerlingh Onnes



1930 Kühlturbinen kommerziell: Linde AG

1935 erste QM-Theorie der SL: F. und H. London

1939 Superfluides ^4He : P. Kapitza



P.L.Kapitza und Assistent
S.I.Filimonov bei einem
Experiment zu superfluidem
Helium.

IPP, Moskau, 1940.

[Nobelpreis 1978](#)

1957 BCS-Theorie: Bardeen, Cooper, Schrieffer



Mikroskopische SL-Theorie

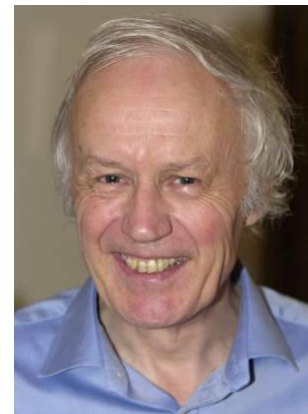
Nobelpreis 1972

1964 Superfluides ^3He : Lee, Osheroff, Richardson Nobelpreis 1996

$T_c = 2,6 \text{ mK}$

1966 $^3\text{He}/^4\text{He}$ Mischungskühler: Hall, Neganov 2mK..500mK

1975 Theorie des superfluiden ^3He



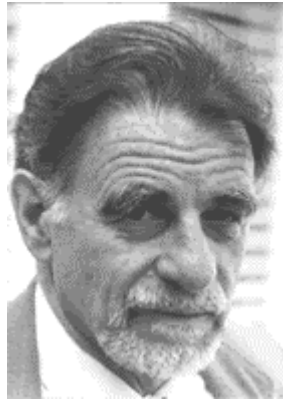
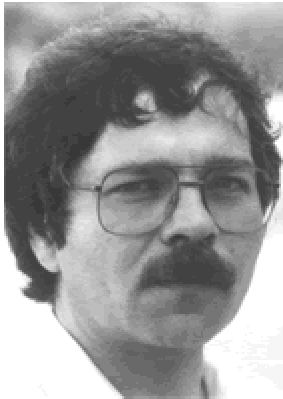
Anthony Leggett

Nobelpreis 2003

1966 SQUID: J. Clarke

Superconducting Quantum Interference Device

1986 Hochtemperatur-Supraleiter, Bednorz und Müller

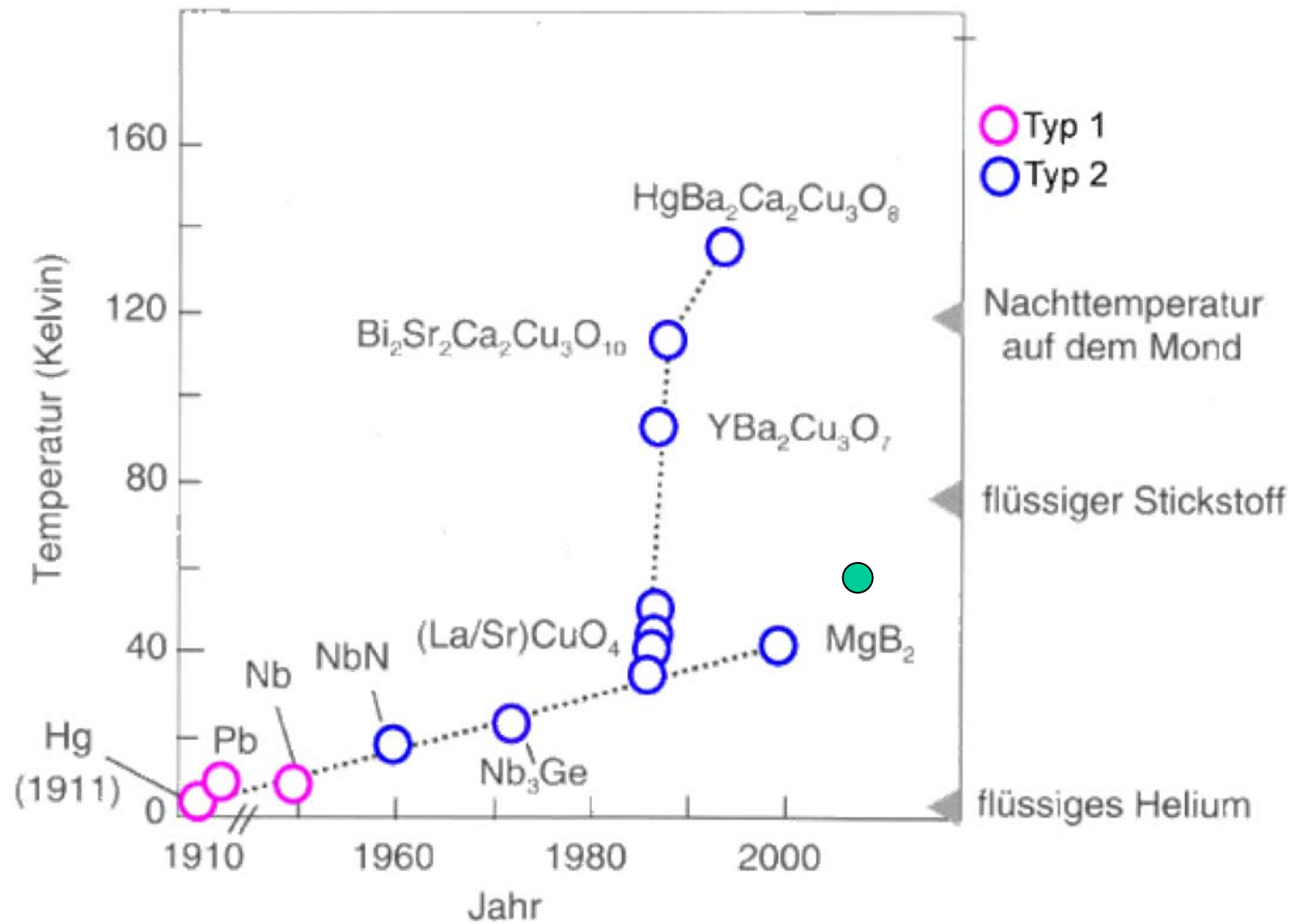


Nobelpreis 1987

1987 Supraleiter mit $T_c > 90$ K

2001 MgB_2 : $T_c = 39$ K, J. Akimitsu et al.

2008 REOFeAs und $\text{Ba}_2(\text{FeAs})_2$ $T_c > 50$ K



Iron-Based Layered Superconductor $\text{La}[\text{O}_{1-x}\text{F}_x]\text{FeAs}$ ($x = 0.05-0.12$) with $T_c = 26$ K

Yoichi Kamihara,^{*,†} Takumi Watanabe,[‡] Masahiro Hirano,^{†,§} and Hideo Hosono^{†,‡,§}

ERATO-SORST, JST, Frontier Research Center, Tokyo Institute of Technology, Mail Box S2-13, Materials and Structures Laboratory, Tokyo Institute of Technology, Mail Box R3-1, and Frontier Research Center, Tokyo Institute of Technology, Mail Box S2-13, 4259 Nagatsuta, Midori-ku, Yokohama 226-8503, Japan

Received January 9, 2008; E-mail: hosono@msl.titech.ac.jp

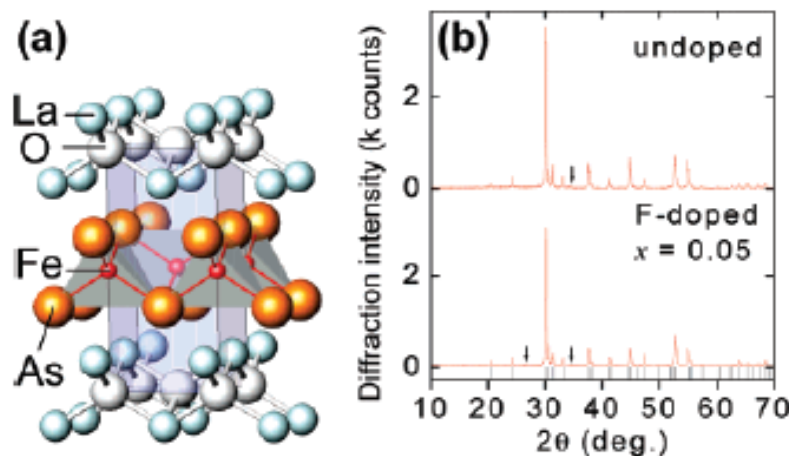


Figure 1. (a) Crystal structure of LaOFeAs . (b) Powder XRD patterns of undoped LaOFeAs and $\text{La}[\text{O}_{1-x}\text{F}_x]\text{FeAs}$: $x = 0.05$. Black bars at bottom show calculated Bragg diffraction positions of LaOFeAs . Arrows denote peaks due to impurity phases, FeAs (helimagnetic),¹³ and LaOF .

Zusammenfassung der Historie

- Tiefe Temperaturen:
- fortschrittliche Technik
- interessante Physik (Quantenphänomene)
- insgesamt 13 (14) Nobelpreisträger

IX.2 Welche Supraleiter gibt es?

•Elemente:

Material

T_c

Ru 0,35 K

Al 1,2 K

In 3,4 K

Sn 3,7 K

Hg, Ta 4,2 K

Pb 7,2 K

Nb 9,2 K

Si 6,7 K

Ge 5,4 K

Pt 0,6..0,9 K

Ga 8,0 K (orthorhombisch 1,09 K)

Bi 6,0 K (kristall.: nurHalbmetall)

NbTi 9,6 K

NbN 16,0 K

(Lu/Y)Ni₂B₂C 16,0 K

Nb₃Sn 18,0 K

Nb₃Al 18,7 K

Nb₃Ge 22,5 K

MgB₂ 39 K

>120 kbar :

amorphe:

abgeschreckt kondensiert:

•Legierung:

•Verbindungen:

Borocarbide:

"A15"-Strukturen:

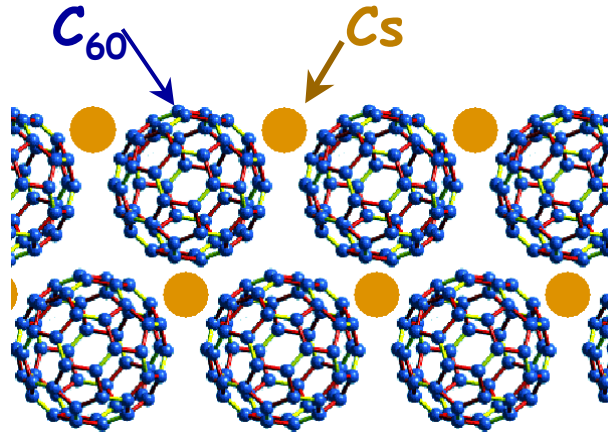
(= β -Wolfram-Struktur)

neu:

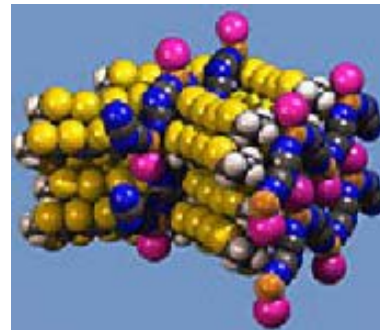
Fullerene:



33 K

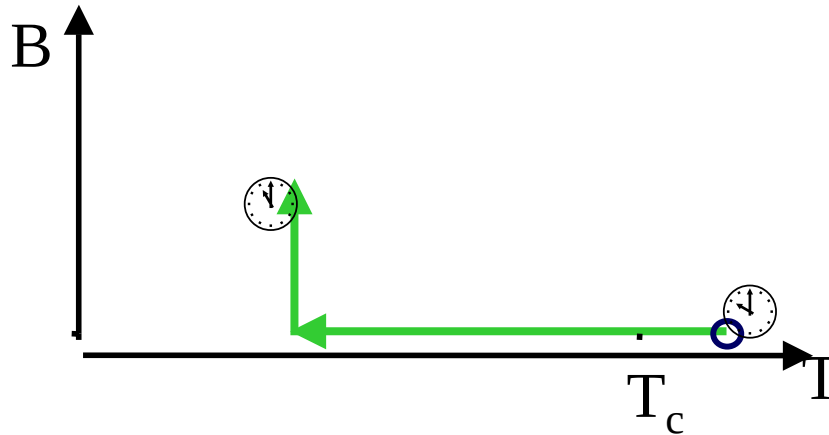


Organische Supraleiter: $(\text{BEDT-TTF})_2\text{Cu}[\text{N}(\text{CN})_2]\text{Br}$ 11,2 K



IX.3 Supraleiter im Magnetfeld

Gedankenexperiment im B-T-Diagramm:



- Start bei Punkt ⌚
- SL abkühlen unter T_c
- B-Feld einschalten
- Stop bei Punkt ⌚

Frage: Wie groß ist das Feld im Innern der Probe?

Induktionsgesetz:
$$-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times \vec{E}$$

Ohmsches Gesetz:
$$\vec{j} = \sigma * \vec{E}$$

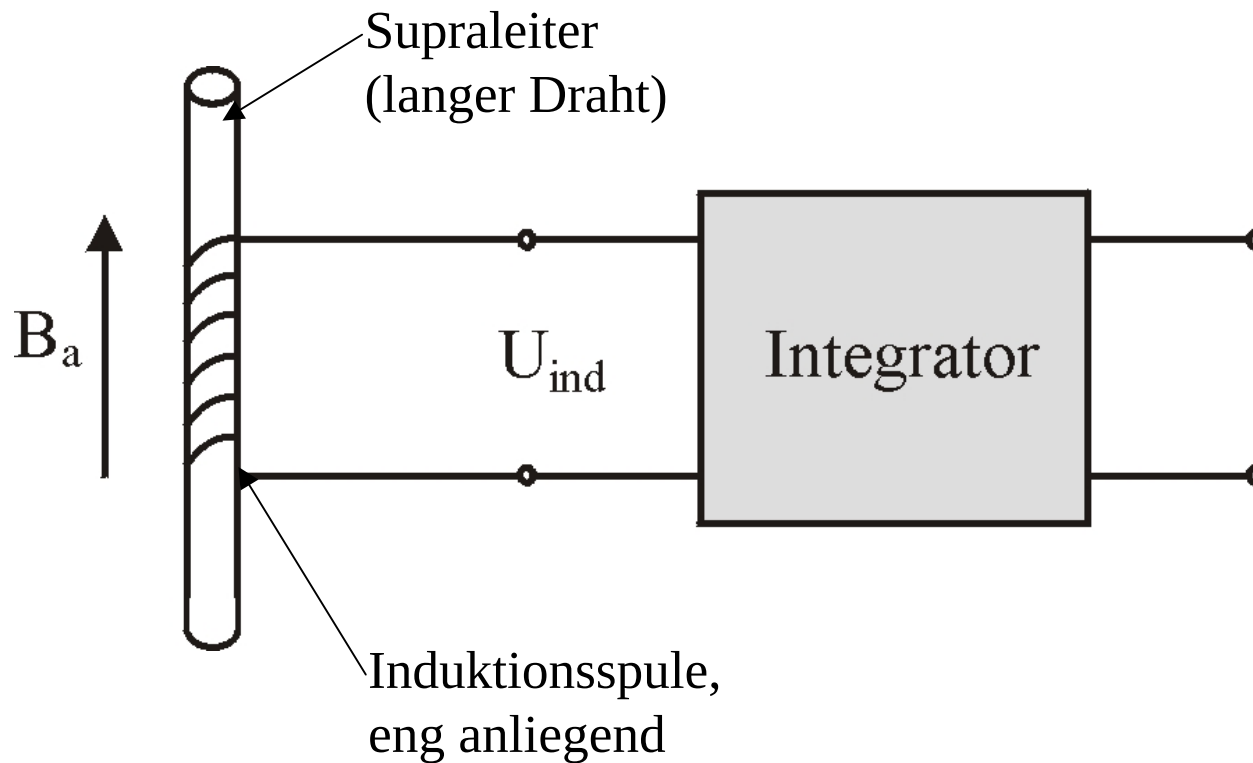
$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{j}}{\sigma} = \rho * \vec{j} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

= 0 im Supraleiter!

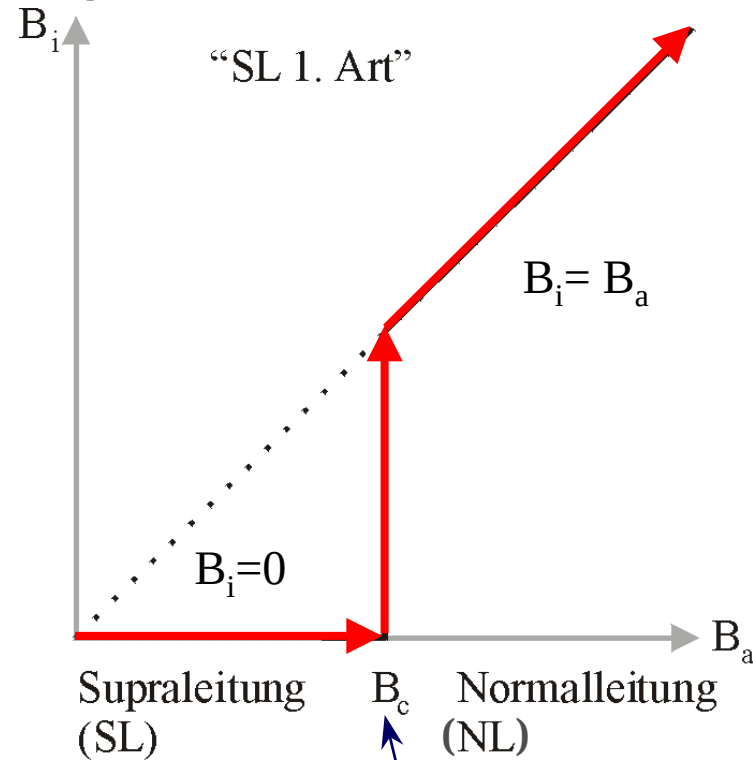
d. h. $B_i = \text{const.}$ im Innern des SL!

Fazit: Feldänderung $\Rightarrow$ Wirbelströme $\Rightarrow$ Abschirmung
Abschirmströme klingen im SL niemals ab
hier: $B_i \equiv 0$ für alle Zeiten



Prinzip : Messung der Induktion in einem supraleitenden Draht, als Funktion des äußeren Feldes.

Resultat der Messung:



"kritische Feldstärke"
 critical field strength

- $B_a < B_c$: Abschirmströme
- $B_a = B_c$: SL bricht zusammen
- $B_a > B_c$: NL

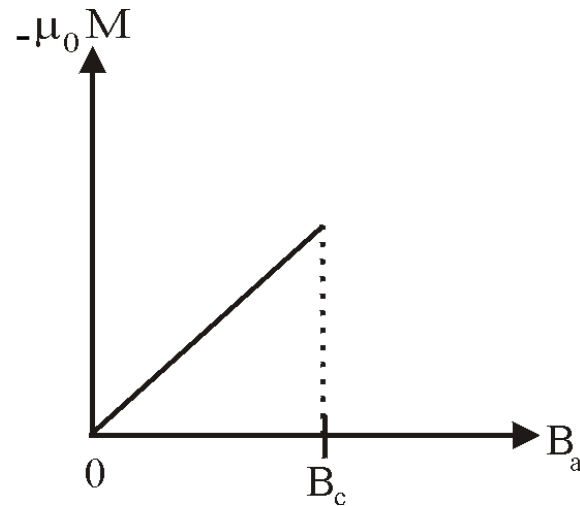
Darstellung als Magnetisierung:

$$B_i \equiv B_a + \mu_0 M$$

Einfluss des Supraleiters

$\Rightarrow$ Auftragung von $-\mu_0 M = B_a - B_i$:

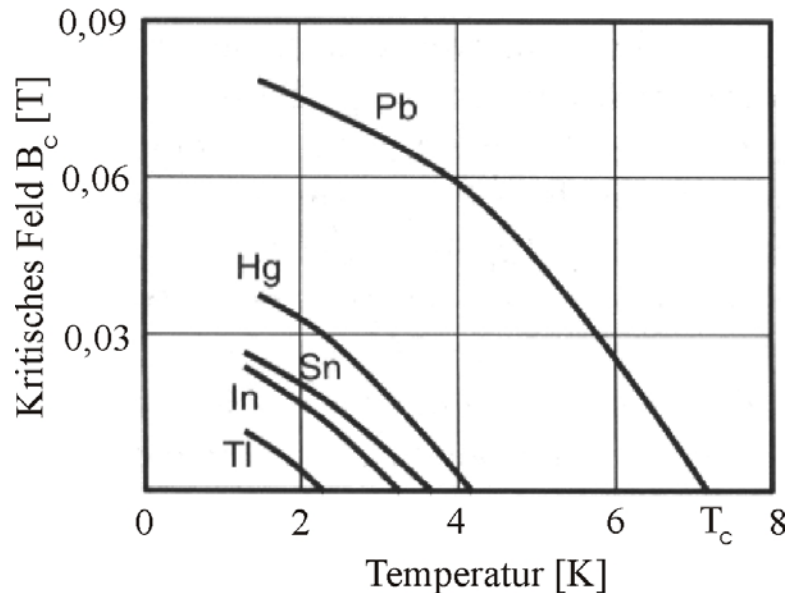
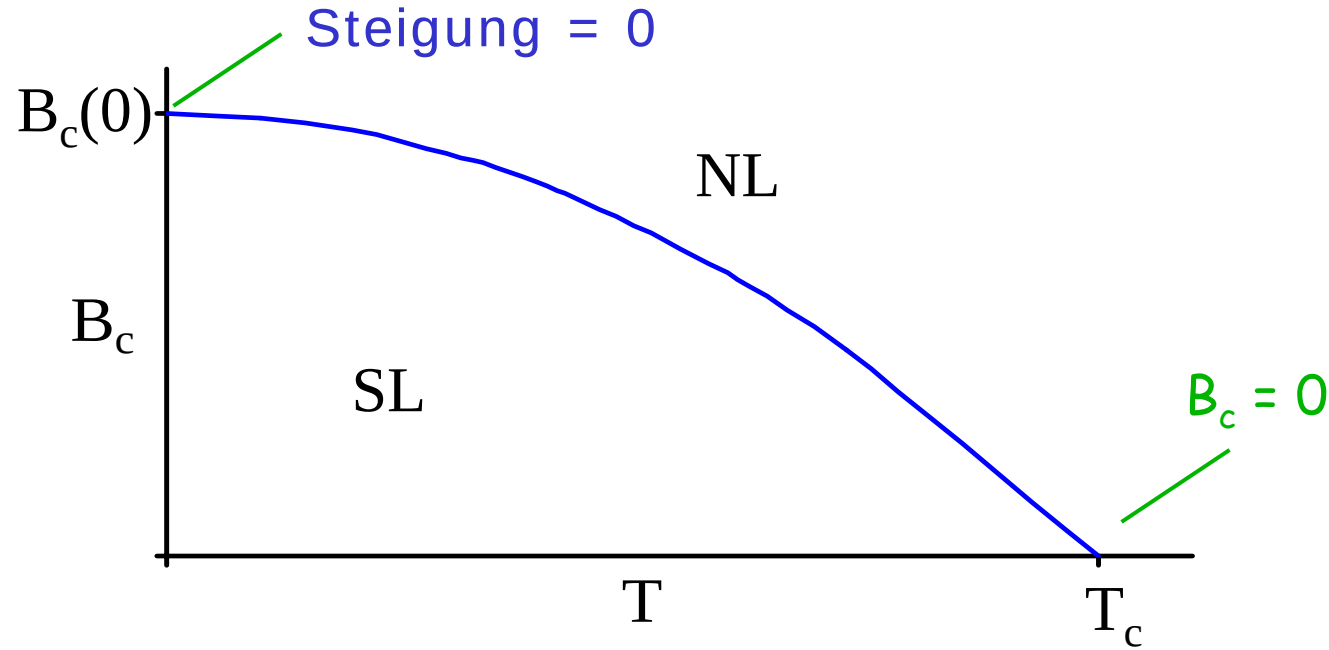
$M < 0$ stets!



$$B_a < B_c: -\mu_0 M = B_a \Rightarrow \chi \equiv \frac{\mu_0 M}{B_a} = -1$$

"idealer Diamagnet"

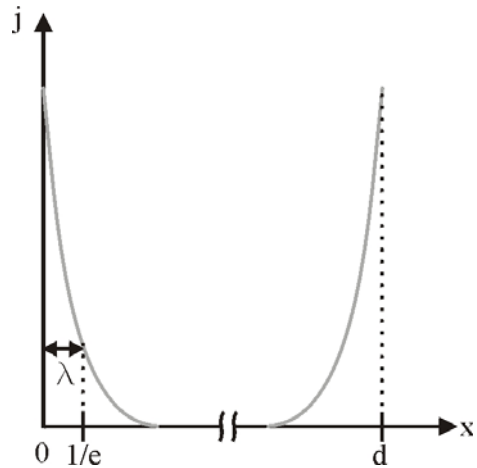
Temperaturabhängigkeit von B_c :



- Supraleiter „erster Art“
 Magnetfeld wird bis zu B_c völlig
 ausgestoßen !

Abschirmströme im SL Zustand genauer:

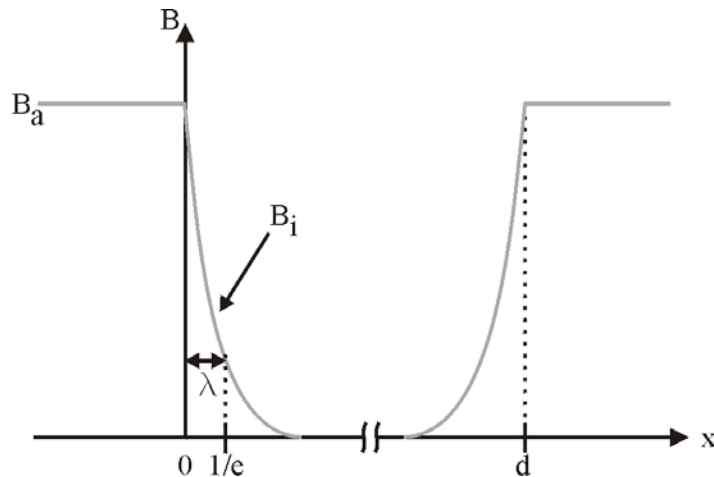
Wirbelströme fließen in Stromschicht mit endlicher Dicke:



"Eindringtiefe" λ

"penetration depth"

Größenordnung: $\lambda \approx 0,1 \mu\text{m}$



Wegen $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ (Ampere)

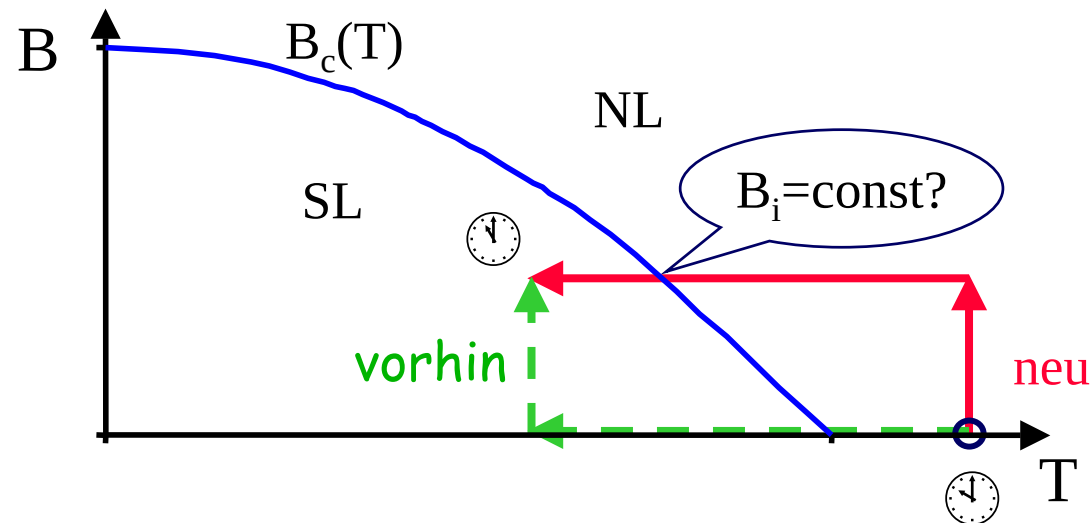
ist $B = -\lambda \mu_0 j$

$\Rightarrow$ **B_i hat ebenfalls Eindringtiefe λ**

IX.4 Meissner-Ochsenfeld-Effekt

neues Gedankenexperiment:

erst B-Feld einschalten, dann SL unter T_c abkühlen

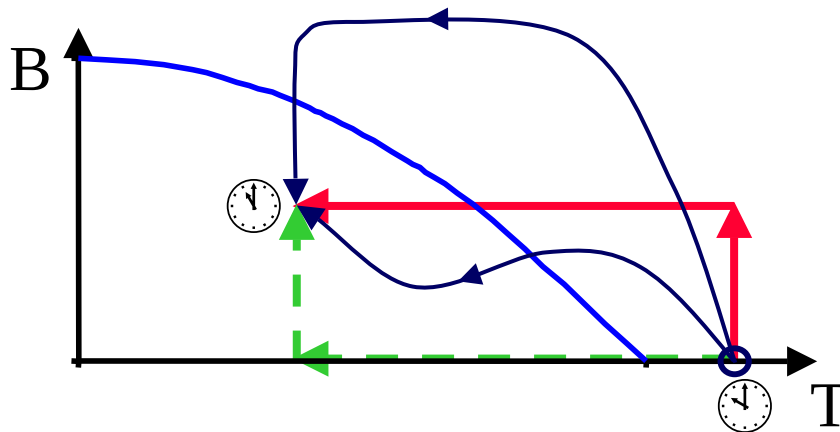


W. Meissner und R. Ochsenfeld 1933:

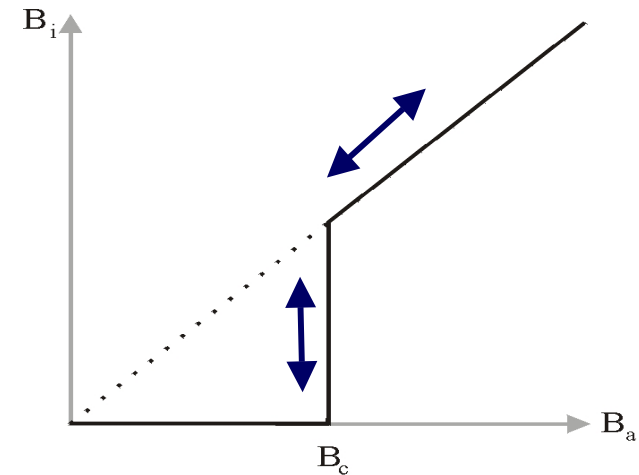
Feld wird aus der Probe "herausgedrängt" $B_i \rightarrow 0$

Abschirmströme entstehen spontan

Ebenso: Jeder beliebige Weg $\text{clock} \rightarrow \text{clock}$ ergibt denselben Zustand:



z. B. für $T = \text{const}$:



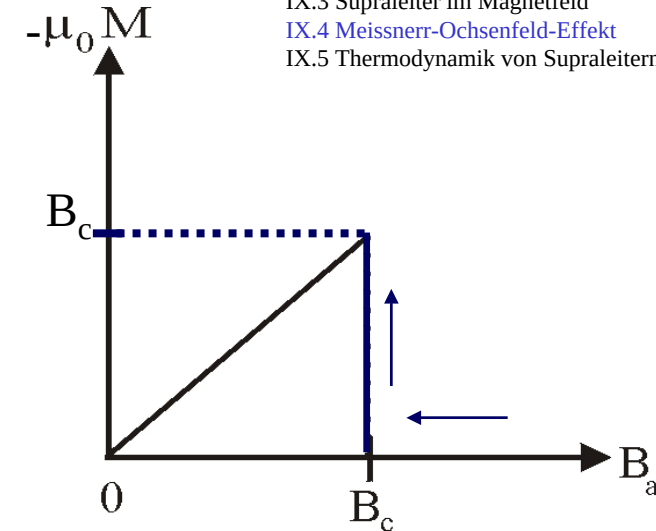
Fazit:

- Supraleiter verhält sich reversibel
- Supraleitung ist Zustand im thermodynamischen Sinn
- d. h. kein *idealer Leiter* sondern **idealer Diamagnet** mit $\chi = -1$

Feldverdrängungsarbeit:

- spontane Magnetisierung bei B_c :

$$-\mu_0 \vec{M} = \vec{B}_a = \vec{B}_c$$



- d. h. Supraleiter ist magnetischer Dipol mit Moment

$$\vec{m} = V \cdot \vec{M} = -V \cdot \vec{B}_c / \mu_0$$

- $\vec{m}$ ist entgegengesetzt zu $\vec{B}_a$ d. h. dies kostet Energie

"Feldverdrängungsenergie"

- wer liefert die Energie?

Bindungsenergie der Elektronenpaare

Gemischter Zustand von Supraleitern 2. Art

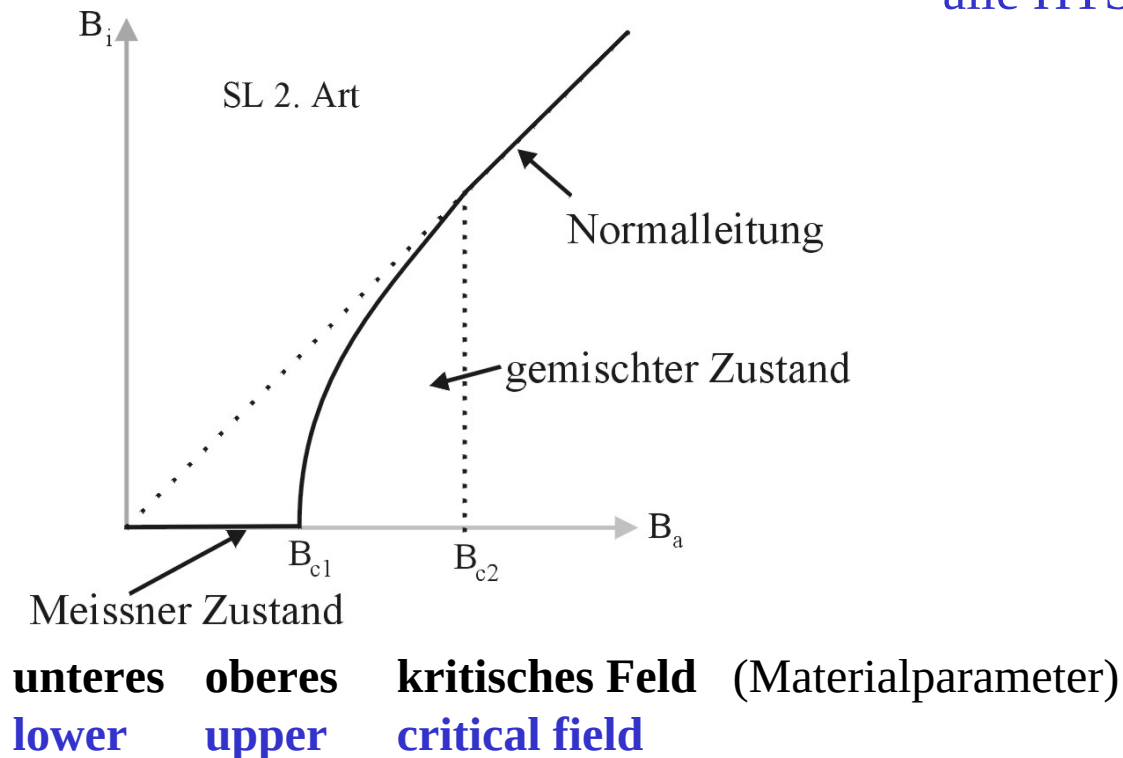
"mixed state"

- tritt auch bei ∞ langen Proben auf
- ist abhängig vom Material

Beispiele: Niob

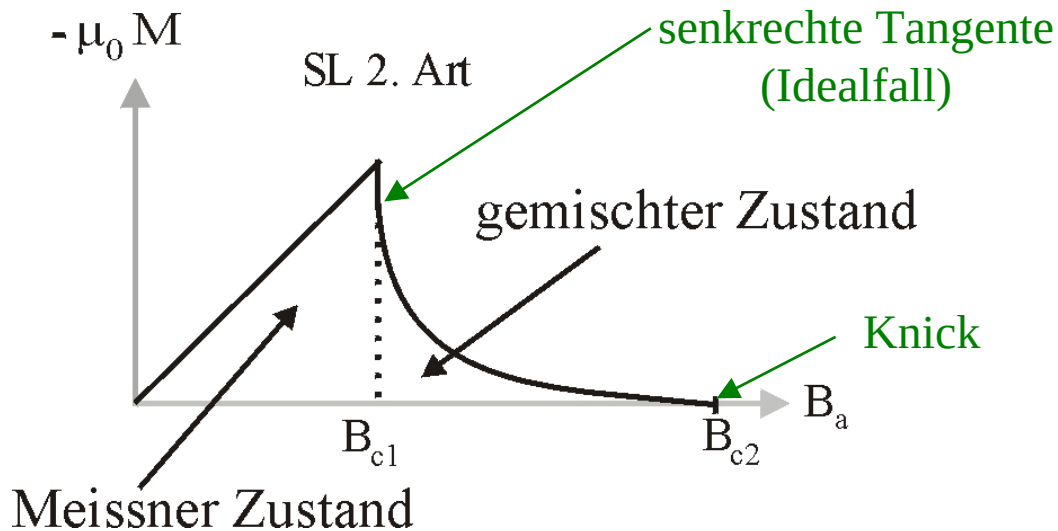
fast alle Legierungen
 alle HTS

typisch:



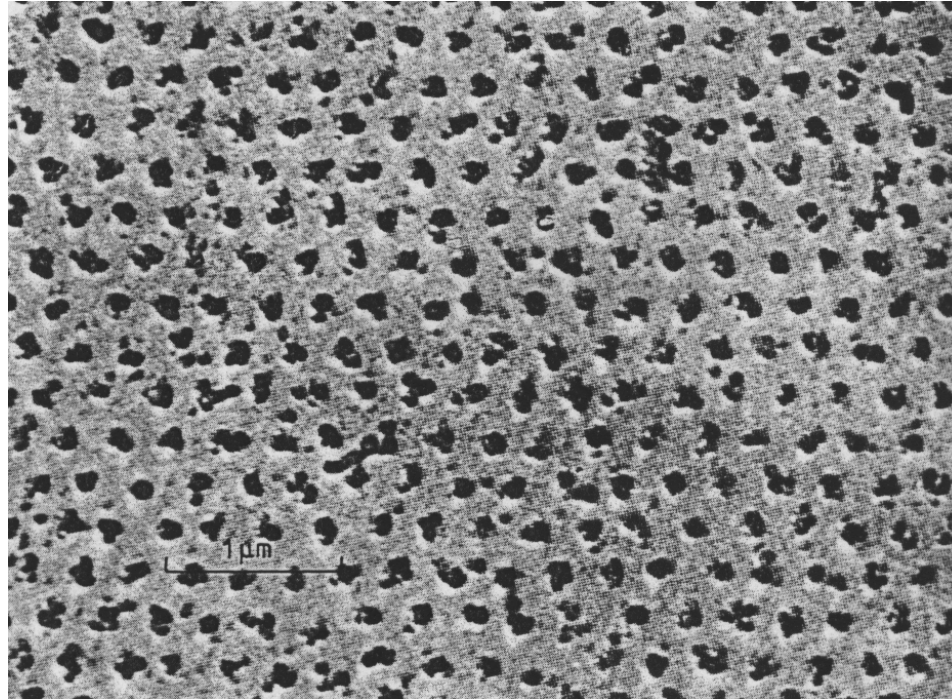
gemischter Zustand $\leftrightarrow$ SL 2. Art

Magnetisierungskurve



Feld dringt offenbar wieder teilweise in die Probe ein !!!
 mikroskopische Struktur?

Struktur des gemischten Zustands



**Gemischter Zustand
mixed state**

Flussschläuche
Flussfäden
Flussquanten
fluxoids
vortices

Regelmäßiges Gitter von "Flussquanten" mit $\Phi_0 = \frac{h}{2e} \cong 2 \cdot 10^{-11} T \cdot cm^2$

Rasterelektronenmikroskop-Aufnahme durch Dekoration mit Fe-Dampf

Dichte der Flussschläuche:

das innere Feld B_i ist das makroskopisch gemittelte Feld der Flussquanten:

$$B_i = \frac{\overbrace{N \Phi_0}^{\text{Fluss in der Probe}}}{\underbrace{A}_{\text{Querschnittsfläche}}} \quad \Rightarrow \text{Dichte: } \frac{N}{A} = \frac{B_i}{\Phi_0}$$

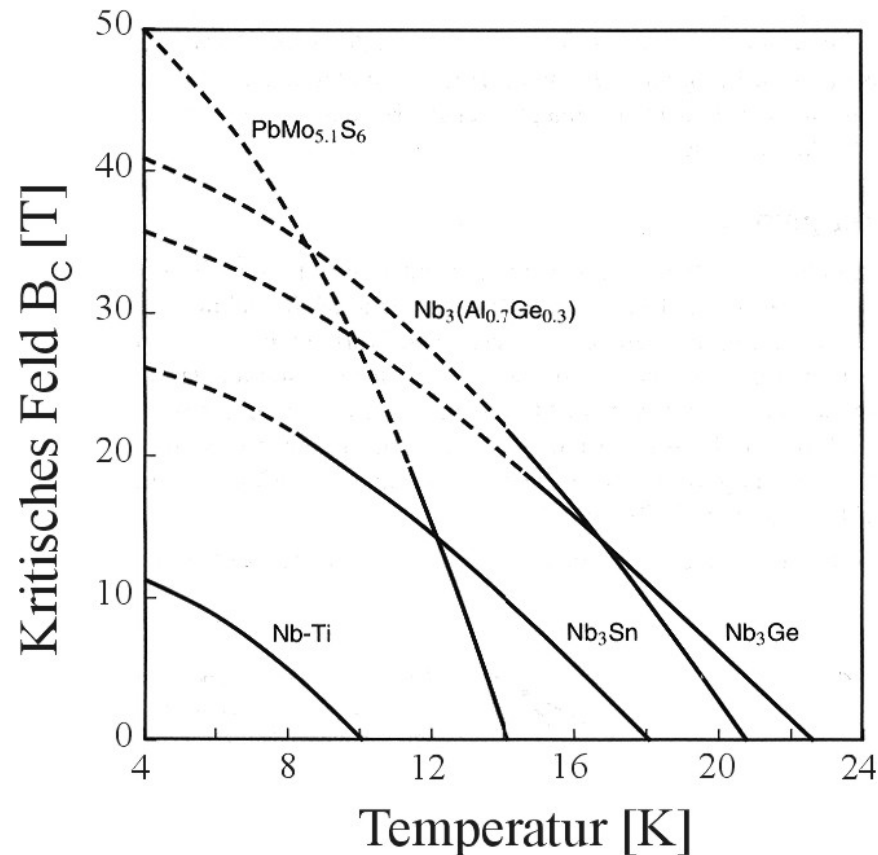
- B_{c1} : erstes Eindringen von Flussschläuchen
- höheres B_i : mehr Flussschläuche wandern vom Rand her in die Probe
- B_{c2} : Flussschläuche überlappen sich vollständig
 $\Rightarrow$ **Supraleitung bricht zusammen**

Vorteil der Supraleiter 2. Art:

Eindringen des Feldes reduziert die Feldverdrängungsarbeit

$\Rightarrow B_{c2}$ ist viel höher als B_c bei SL 1. Art

$B_{c2}(T)$ verschiedener Materialien:



- ähnlicher Verlauf wie bei SL 1. Art,
- kritische Felder um 2-3 Größenordnungen höher
- Hoch- T_c -Kuprate haben kritische Felder im Bereich 100T

IX.5 Thermodynamik von Supraleitern

Konsequenz aus Meissner-Ochsenfeld-Effekt:

thermodynamische Potenziale auf SL anwenden!

Wichtigstes Potenzial:

Helmholtzsche Freie Energie: $F = U - TS$

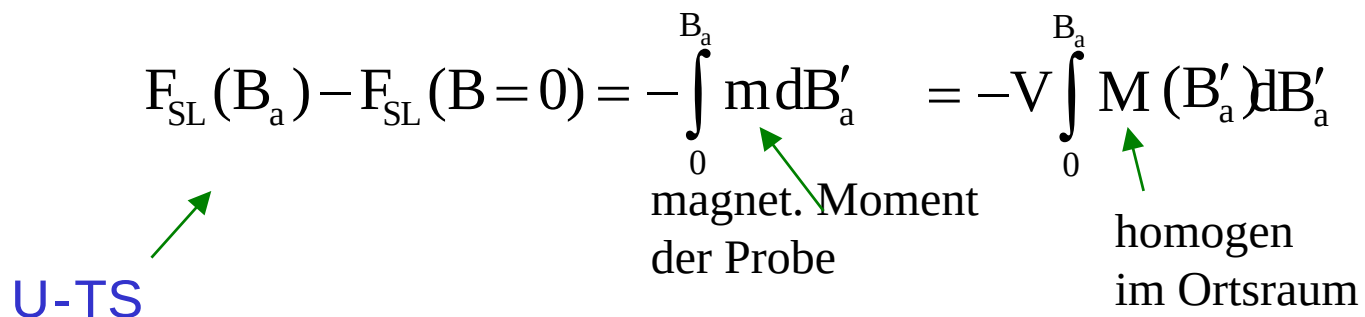
Frage: Wie hängt F von B ab?

zusätzlicher Term für die Feldverdrängungsarbeit !

Freie Energie des SL im äußeren Feld B_a : $dF_{SL} = -m dB'_a$

integrieren:

$$F_{SL}(B_a) - F_{SL}(B=0) = - \int_0^{B_a} m dB'_a = -V \int_0^{B_a} M(B'_a) dB'_a$$



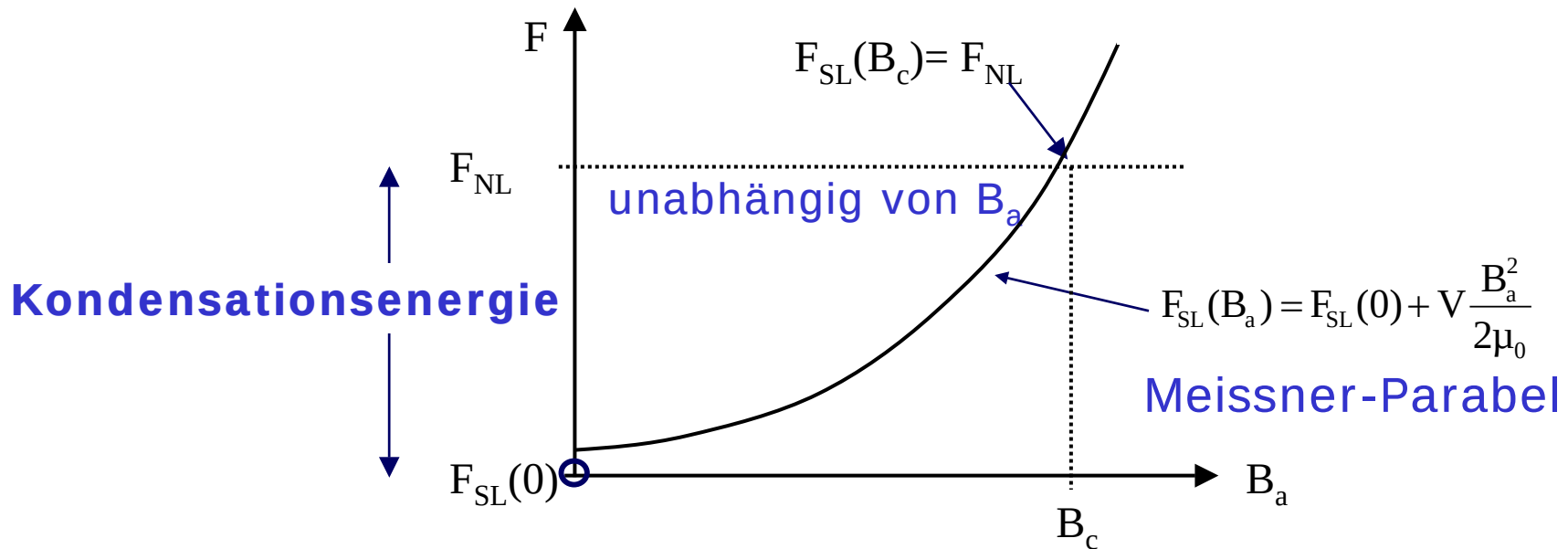
$U-TS$ magnet. Moment der Probe homogen im Ortsraum

$M(B_a)$ = Magnetisierungskurve!

z. B. im Meissner-Zustand mit $B_i = 0$: $M(B_a) = -\frac{B_a}{\mu_0}$

$$\Rightarrow F_{SL}(B_a) - F_{SL}(0) = \frac{V}{\mu_0} \int_0^{B_a} B'_a dB'_a = V \frac{B_a^2}{2\mu_0}$$

Meissner-Parabel



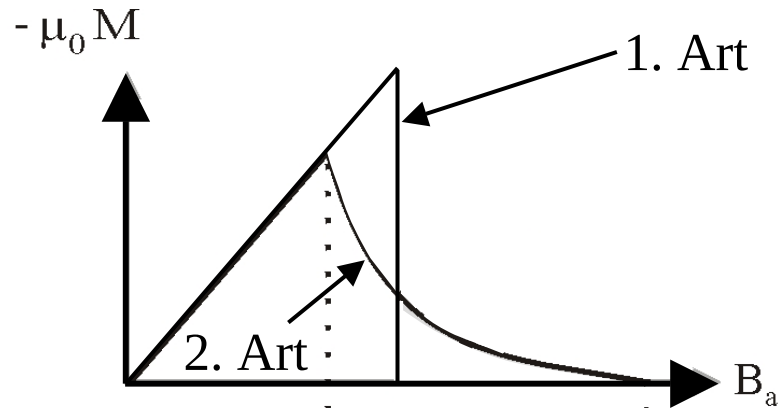
Ab dem Schnittpunkt ist $F_{SL}(B_a) > F_{NL}$ d. h. Probe wird normalleitend

$\Rightarrow$ Schnittpunkt entspricht B_c

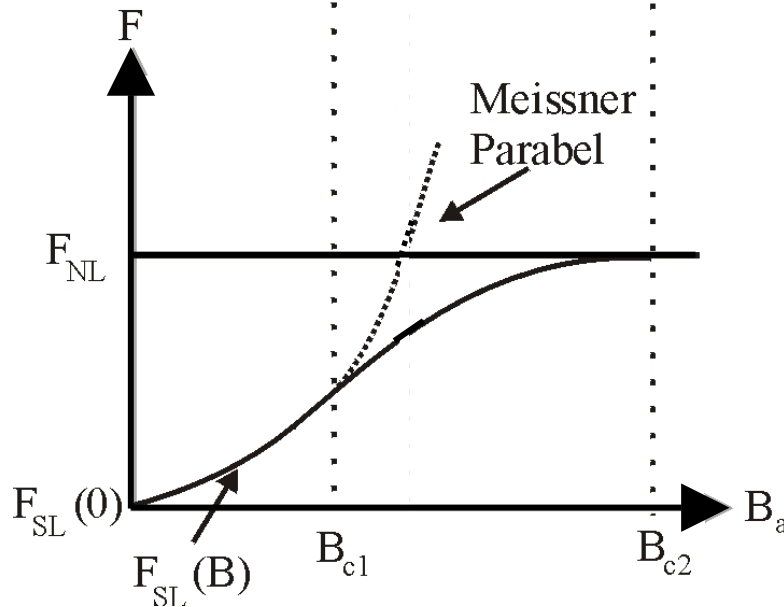
wegen $F_{SL}(B_c) = F_{NL}$ $\Rightarrow \underbrace{F_{NL} - F_{SL}(0)} = V \frac{B_c^2}{2\mu_0}$

Merke : Kondensationsenergie $\approx$ (kritisches Feld)²

F-B-Diagramm für SL 2. Art:



Integral:



2. Art: Magnetisierung kleiner
 $\Rightarrow$ Integral wächst langsamer
 $\Rightarrow$ Supraleitung bleibt länger erhalten

bei B_{c1} weicht F_{SL} von der Parabel ab
 bei B_{c2} ist $F_{SL}(B_{c2}) = F_{NL}$
 dort hat F waagrechte Tangente

Definition von $B_{c\text{th}}$:

$$V \frac{B_{c\text{th}}^2}{2\mu_0} \equiv F_{\text{NL}} - F_{\text{SL}}(0)$$

Maß für die Kondensationsenergie

- für SL 1. Art:

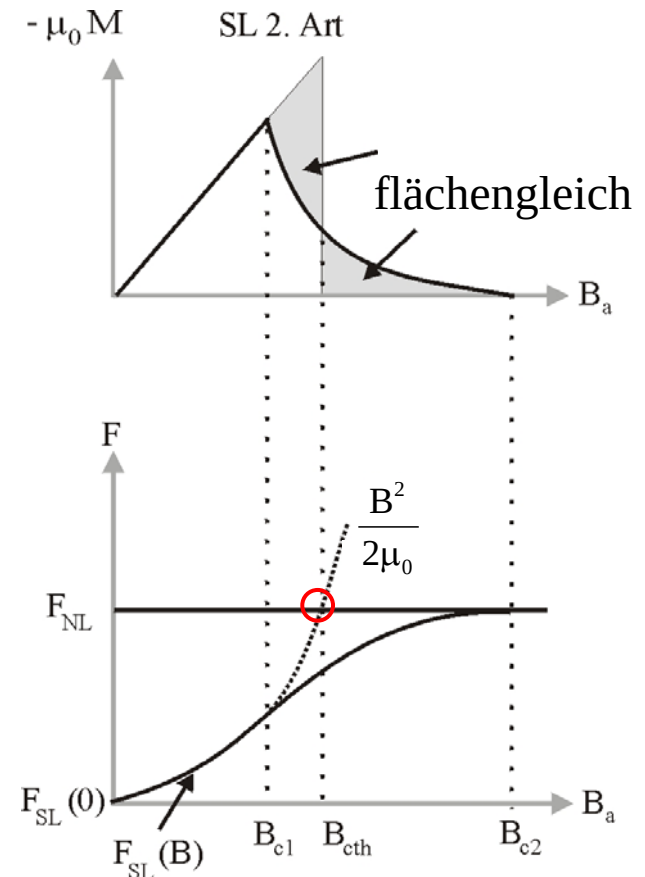
$$V \frac{B_{c\text{th}}^2}{2\mu_0} = V \frac{B_c^2}{2\mu_0} \Rightarrow B_{c\text{th}} = B_c$$

deshalb die Def.

- für SL 2. Art:

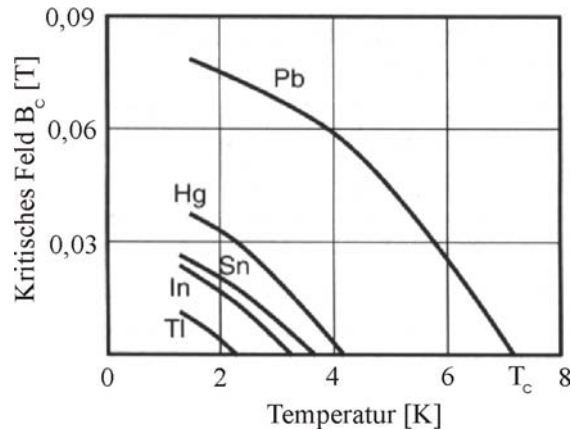
$$\frac{B_{c\text{th}}^2}{2\mu_0} = - \int_0^{B_{c2}} M \, dB'_a$$

kritisches Feld, das der SL 2. Art hätte,
 wenn er 1. Art wäre (mit gleicher Kond. Energ.)

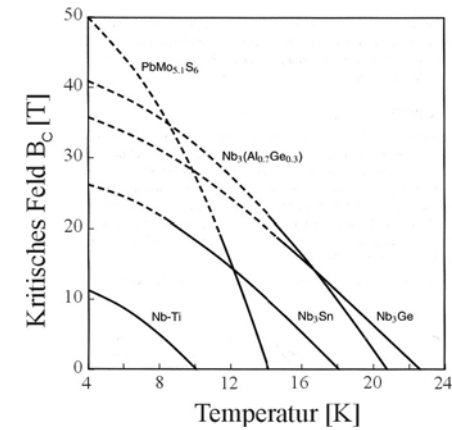


Temperaturabhängigkeit der Kondensationsenergie

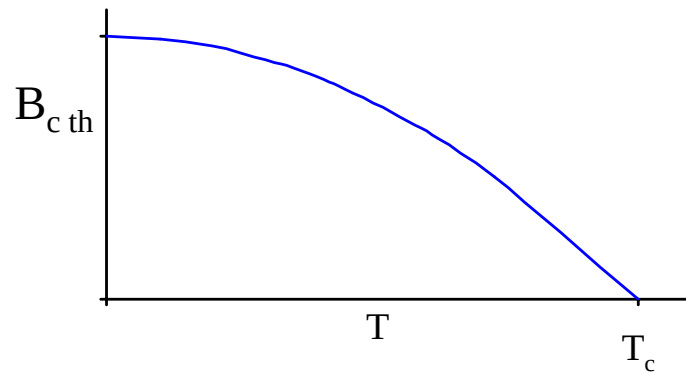
B_c :



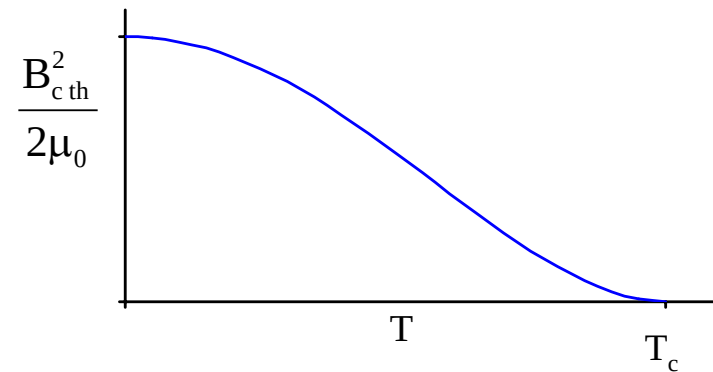
B_{c2} :



d. h. $B_{c\text{th}}$ allgemein:



$\Rightarrow$ Kond. Energie:



SL 2.Art kondensiert nach und nach!

0. Einführung : Was ist Festkörperphysik

I. Vorbemerkungen

II. Periodische Strukturen

- II.1 Anordnung von Atomen, Symmetrioperationen
- II.2 Kristallsysteme und Bravais-Gitter
- II.3 Raumgruppen
- II.4 Verschiedene Zellen
- II.5 Kristallstrukturen
- II.6 Kristalline Defekte

III. Wellen in periodischen Strukturen

- III.0 Wellen
- III.1 Das reziproke Gitter
- III.2 Die erste Brillouin-Zone (BZ)
- III.3 Gitterebenen und Miller-Indizes
- III.4 Beugung von Wellen an Gitterebenen
- III.5 Praktische Strukturbestimmung durch Beugung
- III.6 Temperaturabhängigkeit der Bragg-Reflexe
- III.7 Nicht-kristalline Stoffe

IV Bindungen in Kristallen

- IV.1 Molekülkristalle
- IV.2 Einschub : Atomaufbau
- IV.3 Ionenkristalle
- IV.4 Kovalente Kristalle
- IV.5 Metallische Bindung
- IV.6 Wasserstoffbrückenbindung
- IV.5 Ionen-Radien, Atomradien

V. Gitterdynamik

- V.1 Wo spielen Gitterschwingungen eine Rolle? Grundlagen
- V.2 Einfachstes Beispiel : Lineare einatomige Kette
- V.3 Gitterdynamik in harmonischer Näherung
- V.4 Beziehung zwischen Gitterdynamik und Elastizitätstheorie
- V.5 Experimentelle Techniken zur Analyse der Gitterdynamik
- V.6 Thermodynamik von Gitterschwingungen

VI Elektronische Struktur : Das freie Elektronengas

- VI.1 Grundzustand
- VI.2 Thermodynamische Größen
- VI. 3 Fermi-Statistik
- VI.4 Theorie der spezifischen Wärme des Elektronengases
- VI.5 Magnetische Eigenschaften des freien Elektronengases
- VI.6 Transporteigenschaften in kinetischer Theorie
- VI.7 Elektrischer Widerstand
- VI.8 Thermische Leitfähigkeit
- VI.9 Bewegung im Magnetfeld

VII. Elektronische Struktur : Energiebänder

- VII.1 Vorbemerkungen
- VII.2 Bloch-Funktionen
- VII.3 Quasiimpuls des Elektrons
- VII.4 Lösung der Hauptgleichung : Bandstruktur, Fermiflächen

VIII. Magnetismus

- VIII.1 Grundlagen
- VIII.2 Langevin'scher Diamagnetismus
- VIII.3 Paramagnetismus
- VIII.4 Magnetische Ordnung
- VIII.5 Magnetische Anregungen – Magnonen

IX. Supraleitung

- IX.1 Historische Bemerkungen
- IX.2 Arten von Supraleitern
- IX.3 Supraleiter im Magnetfeld
- IX.4 Meissner-Ochsenfeld-Effekt
- IX.5 Thermodynamik von Supraleitern

ENDE