Universität zu Köln

II. Physikalisches Institut

**Festkörperphysik** 8. Juli 2008

**M. Braden, E. Benckiser, A.C. Komarek**

## 11. Übung – Sonderübung

Aufgabe 39. (25 Punkte) **BERICHTIGE AUFGABE : Dipol-Dipol- und Austauschwechselwirkung** Die magnetische Dipol-Dipol-Wechselwirkungsenergie zwischen zwei magnetischen Momenten $\mu_z$ an den Orten i und j lässt sich in erster Näherung angeben als

$$E_{ij}^{Dipol} = \frac{\mu_0 < \mu_z >^2}{4\pi r_{ij}^3} \qquad (1),$$

wobei $< \mu_z >$ der thermische Mittelwert in z-Richtung ist und $< \mu_x > = < \mu_y > = 0$.

a) Berechnen Sie $E_{ij}^{Dipol}$ für $\mu_z = \mu_B$ im Abstand $r_{ij} = 3$Å, ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am, $\mu_B$ = 5.7885 $10^{-5}$ eV/T). Wie groß ist dann die magnetische Dipolfeldstärke $H_{ij}^{Dipol}$ ?

b) Zum Abschätzen der Austauschwechselwirkung benutzen Sie die Molekularfeldnäherung. Für die magnetische Suszeptibilität ergibt sich dann $\chi = \frac{C}{(T-T_C)}$ mit $T_C = \lambda \cdot C$. Hierbei sind $\lambda$ die Molekularfeld- und $C$ die Curie-Konstante. Wie groß ist die Austauschfeldstärke $B_{ex} = \lambda\mu_0 M_s$ für Eisen? Vergleichen Sie diesen Wert mit der Dipolstärke. ($T_C$ =1043K, $M_s$ =1740·$10^3$ A/m, $g \sim 2$, S =1, N =8·$10^{28} m^{-3}$, $k_B$ =8.617·$10^{-5}$eV/K).

c) Um das Austauschintegral zu berechnen, bestimmen Sie zunächst die Energie zum Umklappen eines Spins im Heisenberg-Modell, die proportional zur Anzahl nčhster Nachbarn $z$ ist. Diese Energie lässt sich auch mit der Molekularfeldnäherung berechnen. Hierbei ist $\mu = g\mu_B S$ und $M = \mu/V$ . Durch Gleichsetzen der beiden Ausdrücke erhalten Sie das Austauschintegral $J$ (z = 6, S = 1).

Aufgabe 40. (20 Punkte) **Zweizustandssystem im Magnetfeld** Gegeben sei ein System von Atomen mit der Gesamtdrehimpulsquantenzahl $J$, welches sich bei der Temperatur $T$ in einem Magnetfeld $B_0$ befindet. Unter der Voraussetzung, dass zwischen den magnetischen Momenten der Atome keine gegenseitige Wechselwirkung stattfindet, lässt sich das mittlere magnetische Moment $< \mu_z >$ eines Atoms in z-Richtung unter Anwendung der Boltzmann-Statistik berechnen:

$$< \mu_z >= g\mu_B \frac{\sum_{m_J=-J}^{+J} m_J \cdot exp(-m_J x)}{\sum_{m_J=-J}^{+J} exp(-m_J x)},$$

hierbei wird der dimensionslos Parameter $x = \frac{g\mu_B B_0}{k_B T}$ eingeführt, welcher das Verhältnis von magnetischer zu thermischer Wechselwirkungsenergie angibt. Betrachten Sie als einfachsten Fall ein Zweizustandssystem, das wegen $J = 1/2$ nur die zwei Zustande $m_J = \pm\frac{1}{2}$ mit den Energien $\pm\frac{1}{2} g\mu_B B_0$ einnehmen kann. Berechnen Sie das mittlere magnetische Moment $< \mu_z >$, welches in diesem Fall bei Anlegen einer magnetischen Feldes $B_0$ resultiert. Tragen Sie $\frac{<\mu_z>}{\mu_B}$ gegen $x$ auf und interpretieren Sie das Ergebnis.