Universität zu Köln

II. Physikalisches Institut

Festkörperphysik 20. Mai 2008

M. Braden, E. Benckiser, A.C. Komarek

5. Übung

Aufgabe 20. (16 Punkte)
Betrachten Sie eine lineare Kette mit Atomen der Masse M bei den Bravaisgitterpunkten $x_n = na$ (a: Gitterkonstante). Berücksichtigen Sie zusätzlich zu den Kräften durch die nächsten Nachbarn (Kraftkonstante f_1) auch Kräfte durch die übernächsten Nachbarn (Kraftkonstante $f_2 \ll f_1$).

a) Stellen Sie die zugehörige Differentialgleichung auf und bestimmen Sie die Dispersionsrelation. Verwenden Sie für die Auslenkung des n-ten Atomes den Ansatz:
$$u_n = Ae^{i(nka-\omega t)}$$

b) Diskutieren Sie die Dispersionsrelation und die Gruppengeschwindigkeit in den Grenzfällen $ka \ll 1$ sowie $ka = \pm\pi$.

c) Diskutieren Sie die den (hypothetischen) Fall mit $f_2 \gg f_1$.

d) Betrachten Sie nun eine Kette aus N Atomen mit periodischen Randbedingungen, indem Sie die Kette zu einem Ring schließen. Welche Konsequenz ergibt sich hieraus für den Wellenvektor k?

Aufgabe 21. (19 Punkte) Betrachten Sie ein zwei-dimensionales, ebenes, quadratisches Gitter. Auf jedem Gitterplatz befinde sich ein Atom der Masse M. Wechselwirkungen sollen nur zwischen nächsten Nachbarn bestehen, die Kraftkonstante sei D. Beschränken Sie die Betrachtung auf Longitudinalwellen.

(a) Stellen Sie die allgemeine Bewegungsgleichung für dieses Problem auf.

(b) Betrachten Sie nur kleine Auslenkungen u aus der Ruhelage. In linearer Näherung in u hängt der Abstand nächster Nachbarn in x-Richtung nicht von der Auslenkung in y-Richtung ab (und umgekehrt). Wie sieht jetzt die Bewegungsgleichung aus?

(c) Leiten Sie für die unter (b) gemachte Näherung die Dispersionsrelation her. Skizzieren Sie $\omega(k)$ für die beiden Fälle (i) k=k_x, k_y=0 und (ii) k_x=k_y.

(d) Zeigen Sie, daß für $ka \ll 1$ gilt: $\omega^2 = Da^2(k_x^2 + k_y^2)/M$.