

Übungsblatt 10

Aufgabe 1 - Erwartungswert der Elektronenradii im Wasserstoffatom (2+2+2+2+2=10 Punkte)

Die fünf Wellenfunktionen der Elektronen im Wasserstoffatom für den $1s$, den $2s$ und die drei möglichen $2p$ Zustände sind:

$$\begin{aligned}\Psi_{100}(r, \theta, \phi) &= \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} \exp(-r/a_0) \\ \Psi_{200}(r, \theta, \phi) &= \frac{1}{\sqrt{8\pi a_0^3}} \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right) \exp(-r/2a_0) \\ \Psi_{210}(r, \theta, \phi) &= \frac{1}{\sqrt{32\pi a_0^3}} \frac{r}{a_0} \exp(-r/2a_0) \cos(\theta) \\ \Psi_{21\pm 1}(r, \theta, \phi) &= \frac{1}{8\sqrt{\pi a_0^3}} \frac{r}{a_0} \exp(-r/2a_0) \sin(\theta) \exp(\pm i\phi)\end{aligned}$$

Berechnen Sie jeweils den Erwartungswert des Abstandes vom Nukleus zum Elektron $\langle r \rangle$ in Einheiten des Bohr'schen Atomradius. Für die auftretenden Integral können Sie gerne Tabellen/Computer benutzen. Bitte notieren Sie das in der Lösung.

Aufgabe 2 - Kugelsymmetrische Wahrscheinlichkeitsdichte aller $n=2$ Zustände (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass die gesamte Wahrscheinlichkeitsdichte aller 4 möglichen $n = 2$ Zustände kugelsymmetrisch ist. Anleitung: addieren Sie dazu einfach $\sum_{l,m} \Psi_{2lm} \Psi_{2lm}^*$ über alle erlaubten l, m . Das Resultat ist wichtig, weil man damit zeigen kann, dass auch das abgeschirmte Kernpotential für das $3s$ Elektron kugelsymmetrisch ist.